

פיסיקה למתמטיקאים 88-320

תשס"ט – סמסטר ב' מועד א'

משך המבחן: שעתיים וחצי.

כל חומר עזר מותר בשימוש כולל מחשבון.

יש לענות על 3 מ-4 השאלות. ניתן לענות גם על שאלת הבונוס.

1. מטוטלת נקודתית חופשית לנוע במרחב כך שהיא מחוברת לחוט באורך קבוע, L , המחובר לנקודה קבועה. נסמן את מיקומה בעזרת הזווית θ (זווית נטייה יחסית לאנך) ו- ϕ (זווית במישור XY).

(א) מהו $\vec{r}(\theta, \phi)$?

(ב) מהו הלגרנז'יאן של המערכת?

(ג) מהן משוואות התנועה?

(ד) מהי הקואורדינאטה הציקלית ומהו הגודל הנשמר?

(ה) הציבו את הגודל הנשמר. מהן נקודות שיווי המשקל? מהי תדירות התנודות הקטנות?

2. גוף שמסתו m_1 הנע במהירות v מתנגש אלסטית בגוף נייח שמסתו m_2 . לאחר ההתנגשות הגופים ממשיכים לנוע במימד אחד (על אותו קו תנועה).

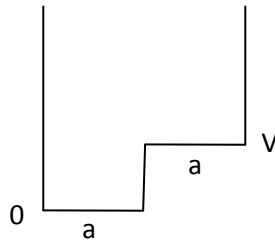
(א) מהי מהירותם הסופית של הגופים?

(ב) מה התנאי לכך שהגוף שמסתו m_1 יהפוך את כיוון תנועתו לאחר ההתנגשות?

(ג) הניחו שכיוון התנועה המקורי של הגוף הראשון היה בכיוון החיובי של ציר ה- X . אם לאחר ההתנגשות הגופים נעים בשני מימדים מהן המשוואות על רכיבי המהירות לפי שימור התנע והאנרגיה.

(ד) מהי המהירות המקסימלית שהגוף שמסתו m_2 יכול לקבל? מהו התנאי על המסות כדי לקבל מהירות זו?

3. חלקיק קוונטי נמצא בבור פוטנציאל אינסופי כנראה בתמונה.



- (א) מהן הפונקציות העצמיות של ההמילטוניאן ומהם תנאי התפירה. הבחינו בין תחומים שונים.
 (ב) מצאו משוואה עבור רמות האנרגיה המותרות (רמז: רציפות פונקצית הגל והנגזרת).
 (ג) במקרה $V=0$ מהן רמות האנרגיה המותרות?
 (ד) במקרה $V=0$ מהי ההסתברות למצוא את החלקיק בצד השמאלי של הבור?

4. נתון כי לאופרטור לינארי A ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים:

$$v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \lambda_3 = 5 \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \lambda_2 = 3 \quad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \lambda_1 = 5$$

- (א) מהי המטריצה A?
 (ב) חלקיק נמצא במצב $\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}$. מהי ההסתברות שנקבל 3 במדידת הגודל הפיסיקלי הקשור

ל-A?

(ג) מהו $[A, B]$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- (ד) מצאו בסיס של וקטורים עצמיים של A ו-B בו זמנית.

5. בונס – לא חובה: חלליתו של רס"ן טום נסחפת בחלל במהירות קבועה (יחסותית) הרחק מכדור הארץ. שעון החללית שולח שידור מידי שניה הנע במהירות האור למרכז הבקרה על פני כדור הארץ. בכדור הארץ קולטים שדר מידי 2 שניות. מהי המהירות בה נסחפת החללית?

בהצלחה!