

תרגיל 7- מבוא לאלגברה לינארית

(1)

איזה מהקבוצות הבאות היא באמת תת-מרחב של  $\mathbb{R}^3$ ? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית!

א.

$$\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 = b_2\}$$

ב.

$$\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 = 1\}$$

ג.

$$\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 + b_2 + b_3 = 0\}$$

(2) כתוב את הפתרון השלם של המערכת ההומוגנית הבאה :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

הוכיחו כי זהו תת-מרחב ווקטורי של  $\mathbb{R}^4$ .

(3) יהא  $V = \mathbb{F}^{n \times n}$ . הוכח שכל אחת מהקבוצות הבאות מהווה תת-מרחב של  $V$  (ביחס לפעולות של  $V$ ):

א. המטריצות הסימטריות.

ב. המטריצות האלכסוניות.

ג. המטריצות המשולשיות העליונות.

4) קבע האם הווקטורים הבאים תלויים לינארית או בלתי תלויים לינארית:

$$a. \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad b. \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \quad c. \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

5) האם הווקטור  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  הוא צ"ל של הקבוצות הבאות? אם כן, רשמו את הצ"ל

המפורש. אם קיים יותר מצ"ל יחיד עבור אחת הקבוצות, יש לרשום את הפתרון הכללי וכן דוגמה מפורשת אחת.

$$a. \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad b. \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad c. \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$