

## תרגיל בית 9 תורת גלואה – תשע"ח

1. הראו שההרחבה  $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}, \sqrt{2}]/\mathbb{Q}$  היא הרחבה על-רדיקלית ע"י בנייה מפורשת של שרשרת שדות מתאימה.
2. קבעו ונמקו האם הפולינומים הבאים ניתנים לפתרון על ידי רדיקלים:
  - א.  $x^5 - 6x + 16$
  - ב.  $x^6 + 2x^3 + 6$
3. הוכיחו כי  $f(x) \in F[x]$  ניתן לפתרון על ידי רדיקלים מעל  $F$  אם ורק אם  $f(x^n)$  ניתן לפתרון על ידי רדיקלים מעל  $F$ .
4. תהיינה  $K/F$  ו-  $L/F$  הרחבות על-רדיקליות. הוכיחו כי הקומפוזיטום  $KL/F$  היא הרחבה על-רדיקלית.
5. הוכיחו כי ההרחבה  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{3}]/\mathbb{Q}$  היא על-רדיקלית אך איננה רדיקלית.