

83-116 מתמטיקה בדידה 1, מרצה: דר' ריטה סולומיאק
מבחן מועד ב', תשע"ז

- ענו על כל השאלות
- הקפידו על סדר ונקיון
- משך המבחן שלוש שעות וחצי
- ללא חומר עזר, גם לא מחשבון
- השאלות לא מסודרות לפי רמת קושי - מומלץ להתחיל עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות
- מבנה המבחן וניקוד: במבחן 6 שאלות 20 נקודות לכל שאלה = 120 נקודות בסה"כ

חלקו את זמנכם בתבונה! בהצלחה!

1. א (10 נקודות). האם הפסוק הבא טאוטולוגיה? נמקו.

$$((B \wedge \neg D) \wedge ((A \vee B) \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow (D \vee E))) \rightarrow E$$

ב (10 נקודות). תהי A קבוצה כלשהי. הוכיחו כי אם

$$A \Delta \{1, 2\} = (A \setminus \{1\}) \Delta \{2\}$$

אז $1 \in A$.

2. א (10 נקודות). נסמן ב- $P(X)$ קבוצת החזקה של קבוצה X . הוכיחו או הפריכו:

$$X \cap P(P(X)) = \emptyset$$

ב (10 נקודות). הוכיחו:

$$A \setminus ((A \cap B) \cup (A \cup B)^c) = A \setminus B.$$

3. הוכיחו:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

4. תהא A קבוצה סדורה חלקית עם סדר חלקי \leq

א (10 נקודות). הוכיחו או הפריכו:

אם $a \in A$ הוא האיבר המינימלי היחיד ו- $b \in A$ הוא האיבר המקסימלי היחיד אז $a \leq b$.

ב (10 נקודות). תהיה A קבוצה סדורה חלקית עם סדר חלקי \leq . נגדיר יחס R מעל A כך:

xRy אם ורק אם x ו- y ניתנים להשוואה, כלומר:

$$xRy \iff y \leq x \vee x \leq y.$$

האם R הוא יחס שקילות?

5. א (10 נקודות). \mathbf{R} היא קבוצה המספרים הממשיים. נגדיר פונקציה $f : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ ע"י

$$\forall x, y \in \mathbf{R} \quad f(x, y) = (x + y, x - y).$$

חשבו את:

$$f(2x + y, x) \quad (i)$$

$$f \circ f \circ f(x, y) \quad (ii)$$

ב (10 נקודות). תהא A קבוצה ותהא $f : A \rightarrow A$ פונקציה חד-חד ערכית. נגדיר פונקציה

$$G : A \times A \rightarrow A \times A \text{ על ידי}$$

$$G(x, y) = (y, f(x)).$$

הוכיחו כי G חד-חד ערכית.

רמז: היעזרו בהגדרה של פונקציה חד-חד ערכית.

6. תהא $A = \{1, 2, 3\}$. נגדיר פונקציה $\min : A \times A \rightarrow \mathbf{N}$, על ידי $\min(a, b) = \text{MINIMUM}(a, b)$

כלומר $\min(a, b) = a$ אם $a \leq b$ ו- $\min(a, b) = b$ אם $b < a$. נגדיר יחס R מעל $A \times A$ ע"י

$$(a, b)R(c, d) \iff \min(a, b) = \min(c, d).$$

א (10 נקודות). הוכיחו כי R הוא יחס שקילות.

ב (10 נקודות). רישמו את כל המחלקות שקילות של R .