

בדידה 1 - תרגיל 6

1. יהי $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1), (2, 2)\}$
 א. האם עבור $A = \{1, 2\}$ ו $B = \{1, 2, 3\}$, $R = A \times B$? הסבירו.
 ב. במידה ואין שיוויון בסעיף א', האם קיימות קבוצות A ו B כך שמתקיים $R = A \times B$? אם כן, כתבו אותן.

2. הוכח או הפרך:

א. $A \times (B \cup C) \subseteq (A \times B) \cup (A \times C)$
 ב. $A \times (B \cup C) \supseteq (A \times B) \cup (A \times C)$

3. הוכח או הפרך:

א. $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$
 ב. $(A \times B) \cup (C \times D) \supseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$

4. הוכח כי לכל קבוצה A ואוסף קבוצות $\{B_i\}_{i \in I}$ מתקיים:

$$A \times \left(\bigcap_{i \in I} B_i \right) = \bigcap_{i \in I} (A \times B_i)$$

5. תהי A קבוצה ו- R יחס רפלקסיבי עליה. הוכיחו כי: $\forall n \in \mathbb{N} : R^n \subseteq R^{n+1}$, כלומר:
 $R \subseteq R^2 \subseteq R^3 \subseteq \dots$ (רמז: אל תנסו אינדוקציה)

6. יהיו $A = \{1, 2\} = B, C = \{3, 4\}$ ונגדיר את היחסים הבאים: $R \subseteq A \times B$,
 $S \subseteq B \times C$ כך:

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2)\}, S = \{(2, 3), (1, 4)\}$$

א. חשבו את $A \times C, RS, S^{-1}, R^{-1}$.

ב. חשבו RS^{-1}, RR^{-1} וציינו אם התוצאה היא יחס הזהות, יחס הזהות מוכל בה, היא מוכלת ביחס הזהות, או ששום מקרה לא מתקיים.

ג. מצאו קבוצות D_i ויחסים $T_i \subseteq D_i \times D_i$ כך שהתוצאה של $T_i T_i^{-1}$ היא:

*יחס הזהות, *הזהות מוכלת בתוצאה אך לא שווה, *התוצאה מוכלת בזהות ולא שווה, *אין הכלה באף כיוון.

אין צורך לחזור על מקרים שהופיעו בסעיף ב.

7. תהי X קבוצת בנייני האוניברסיטה, ונגדיר יחס "סמיכות" $R \subseteq X \times X$ ע"י:
($a, b \in R$ אם ורק אם המרחק בין הבניין a והבניין b קטן או שווה למאה מטרים
רוצים הגדרה מדוייקת? אז שיהיה המרחק האוקלידי ב- \mathbb{R}^3 בין מרכזי המסות של
הבניינים...). האם R הוא בהכרח (כלומר, אל תלכו לבדוק מרחקים):
- א. רפלקסיבי
 - ב. טרנזיטיבי
 - ג. סימטרי
 - ד. אנטי סימטר