

03/02/15

83-110 אלגברה לינארית להנדסה – מועד א'

מרצה: ארז שיינר

מתרגלים: אחיה בר-און וביאנה פרידמן

- משך המבחן **3 שעות**.
- כל חומר עזר אסור פרט למחשבון.
- יש לפתור את כל השאלות **על גבי דפי הבחינה**.
- המחברת הינה לטיוטה בלבד ולא תיבדק.
- כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

חלק א'

1. (20 נק') יהי V מרחב וקטורי, ויהיו $W, U \subseteq V$ תתי מרחבים של V . הוכיחו כי $W \cup U$ תת מרחב של V אם ורק אם $W \subseteq U$ או $U \subseteq W$.

חלק ב'

2. (20 נק') תהי סדרה המוגדרת על ידי

$$a_1 = 1, a_2 = 0$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$$

מצאו את a_{2015} .

רמז: מצאו מטריצה A עבורה $A \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_{n+2} \end{pmatrix}$

3.

א. (15 נק') תהי $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ העתקה לינארית המוגדרת ע"י $T(a,b,c) = (a+b-3c, a-2c, b-c)$
חשבו את $\ker T \cap \text{Im} T$

ב. (15 נק') מצאו עבור אילו ערכי a המטריצה $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ הפיכה.

הביעו את $|2A^{-1}|$ באמצעות a , בהנחה כי A הפיכה.

דף נוסף לשאלה _____

חלק ג'

.4

- א. (10 נק') הוכיחו/הפריכו: אם A^2 לכסינה אז A לכסינה.
- ב. (10 נק') יהי V ממ"פ. לכל קבוצה $S \subseteq V$ נגדיר $S^\perp = \{v \in V \mid \forall s \in S : v \perp s\}$.
- הוכיחו כי S^\perp הוא תת מרחב של V .

.5

- א. (5 נק') תהי מטריצה $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. הוכיחו כי 0 ע"ע של A אם ורק אם A אינה הפיכה.
- ב. (15 נק') תהי מטריצה $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ כך ש $\dim C(A) = 1$ וקיים וקטור $v \in \mathbb{R}^n$ $0 \neq v$ עבורו $Av = v$. הוכיחו כי A לכסינה ומצאו אלכסונית הדומה לה.

דף נוסף לשאלה _____