

תרגיל 12 בפונקציות מרוכבות

1. חשבו את

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 - 2x + 5)^2} dx \quad (\text{א})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 2} dx \quad (\text{ב})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos^2 x}{(1 + x^2)^2} dx \quad (\text{ג})$$

2. תהי $g(z)$ פונקציה אנליטית ב $\{z \mid |z| \leq 1\}$ המקיימת כי $|g(z)| < 1$ על המעגל $|z| = 1$. הוכיחו כי קיימת z אחת ויחידה בכדור היחידה שבה $g(z) = z$.

3. יהי $p(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0$ פולינום. הוכיחו כי חייבת להיות נקודה z עם $|z| = 1$ שבה $|p(z)| \geq 1$.