

## תרגיל 8

10 בדצמבר 2017

1. קבעו האם הפונקציה הבאה רציפה בקטע  $[-4, 0]$ . אם היא אינה רציפה, ציינו באילו נקודות. הוכיחו כל טענה.

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{4+x} & x < 0 \\ \frac{x+1}{4} & x \geq 0 \end{cases}$$

2. קבעו לאילו ערכי  $a, b$  ממשיים הפונקציה הבאה רציפה בקטע  $[0, \infty)$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{9+x}-a}{x} & x > 0 \\ b & x = 0 \end{cases}$$

3. מצאו נקודות קיצון מקומי לפונקציה  $f(x) = \sin x \cos x$  בקטע  $(0, \pi)$ .

4. מצאו נקודות קיצון מקומי ותחומי עליה וירידה לפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & x \geq -2 \\ \frac{1}{x+1} - x - 6 & x < -2 \end{cases}$$

5. הוכיחו כי לכל  $x > 0$  מתקיים  $\ln(1+x) < x$ .

6. תהי  $f$  פונקציה גזירה בקטע  $(a, b)$  הוכיחו או הפריכו:

- (א) ל  $f$  יש נקודת קיצון בקטע  $(a, b)$ .
- (ב) אם אין ל  $f$  נקודת קיצון ב  $(a, b)$  אז  $f'(x) \neq 0$  לכל  $x \in (a, b)$ .
- (ג) אם  $f'(x_0) = 0$  עבור  $x_0 \in (a, b)$ , אז  $x_0$  היא נקודת קיצון של  $f$ .
- (ד) אם  $f$  עולה בקטע  $(a, b)$ , אז  $f'(x) > 0$  לכל  $x \in (a, b)$ .
- (ה) אם ל  $f$  יש מקסימום מקומי ב  $(a, b)$  אזי  $x_0 \in (a, b)$  או  $f'(x_0) = 0$  או  $f'(x_0)$  לא קיימת.

7. הוכיחו או הפריכו:

- (א) אם  $f$  גזירה ב  $x_0$  אז  $f$  רציפה ב  $x_0$ .
- (ב) אם  $f$  רציפה ב  $x_0$  אז  $f$  גזירה ב  $x_0$ .