

תרגיל בית 10 תורת גלואה – תשע"ח

1. הוכיחו כי ניתן לבנות את הפולינום הרגולרי עם n -צלעות אם ורק אם ניתן לבנות את $\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$.
2. הוכיחו כי $2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ הוא שורש של הפולינום $x^2 + x - 1$. הסיקו כי ניתן לבנות מחומש משוכלל בעזרת סרגל ומחוגה.
הנחיות: הסבירו למה זה בעצם $\rho_5 + \rho_5^4$ (חלק ממשי...). הסתכלו בהרחבה $\mathbb{Q}[\rho_5]$, וחשבו את הפולינום המינימלי.
3. קבעו ונמקו האם המספרים הבאים הם ברי בנייה:
 - א. ρ_{15}
 - ב. $\rho_{21}^4 + \rho_{21}^{16}$
4. הוכיחו כי אם a, b הם ברי בנייה, אזי $a + b$, ab , ו $\frac{a}{b}$ הם ברי בנייה.
טיפ: משפט תאלס.