

לינארית 2 - מטלה 5 -גרעין, תמונה ומטריצה מייצגת

הנחיות:

בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. מספר תרגיל

2. שם מלא

3. ת.ז

4. מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.

תרגיל 1. יהיו V, U מ"ו מעל שדה \mathbb{F} ותהי $T : U \rightarrow V$ העתקה לינארית, הוכח ש- $\text{Ker}(T)$ מהווה תת מרחב ווקטורי של U

תרגיל 2. יהיו $T : V \rightarrow W$ העתקה לינארית ו- $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ הוא בסיס ל- V הוכח ש-

$$\text{Im}(T) = \text{Span}(T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n))$$

תרגיל 3. נתונה העתקה $T : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ המוגדרת על ידי

$$T(a + bx + cx^2 + dx^3) = \begin{pmatrix} a + b & a + b \\ a + b + c & a + b + c \end{pmatrix}$$

1. הוכח ש- T העתקה לינארית.

2. מצאו בסיס ל- $\text{Im}(T)$

3. מצאו בסיס ל- $\text{Ker}(T)$

תרגיל 4. תהי $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ העתקה לינארית מוגדרת על ידי

$$T\left(\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2a \\ c - 2b \\ a + c \end{pmatrix}$$

ויהי

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

בסיס ל- \mathbb{R}^3 מצא את המטריצה $[T]_W^W$

תרגיל 5. יהי $T : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ העתקה לינארית המקיימת

$$\begin{cases} T(2x + 1) = 2x^2 + 1 \\ T(x + 2) = x^2 - 3x + 2 \\ T(x^2 - x + 2) = -5x + 3 \end{cases}$$

ונתון ש- $W = \{x^2, x^2 - 2x, x^2 - x + 2\}$ בסיס ל- $\mathbb{R}_2[x]$ מצא את המטריצה $[T]_W^W$

בהצלחה!!