

תרגיל בית 5 בחשבון אינפיניטסימלי 2

89-133 סמסטר ב' תשע"ה

הוראות בהגשת הפתרון יש לרשום בכל דף שם מלא, מספר ת"ז ומספר קבוצת תרגול. תאריך הגשת התרגיל הוא לתרגול בשבוע המתחיל בתאריך כ"א סיוון ה'תשע"ה, 8.6.2015.

שאלה 1. השתמשו במבחן דיריכלה כדי להוכיח שהאינטגרל $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^\alpha} dx$ מתכנס לכל $\alpha > 0$.

שאלה 2. הוכיחו או הפריכו: אם $f(x)$ פונקציה רציפה והאינטגרל $\int_0^\infty f(x) dx < \infty$ מתכנס, אז $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

שאלה 3. הוכיחו כי האינטגרל $\int_0^1 \frac{\cos(1/x)}{x} dx$ מתכנס בתנאי. רמז: אפשר להשתמש בהצבה כדי לעבור לאינטגרל לא אמיתי אחר, שהוא יותר מוכר.

שאלה 4. חשבו את האינטגרלים הבאים.

א. (רמז: פצלו לשני תחומים לפי הנקודה הבעייתית)

$$\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$$

ב. (רמז: אינטגרציה בחלקים) עבור $a > 0$ ו- b קבועים

$$\int_0^\infty e^{-ax} \sin(bx) dx$$

שאלה 5. קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים או מתבדרים.

א. (רמז: משפט השוואה)

$$\int_1^\infty \frac{e^{\sin(x)}}{x} dx$$

ב. (רמז: חיבוריות האינטגרל ומשפט השוואה)

$$\int_1^\infty x^{-x} dx$$

ג. (רמז: משפט השוואה)

$$\int_1^\infty \frac{\arctan(x)}{x} dx$$

ד. (רמז: משפט המנה)

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{\arctan(x)}{\sqrt{-x^3 - x}} dx$$

ה.

$$\int_1^{\infty} \frac{x - \arctan(x)}{x(1+x^2)\arctan(x)} dx$$

שאלה 6. חשבו לאילו ערכי $\alpha \in \mathbb{R}$ האינטגרלים הבאים מתכנסים.

א. (רמז: מבחן ההשוואה)

$$\int_0^1 \frac{\sin^2(x)}{x^\alpha} dx$$

ב. (רמז: פצלו לפחות לשני תחומים לפי α , ואז להשתמש במבחן ההשוואה)

$$\int_0^1 |\ln(x)|^\alpha dx$$

בהצלחה!