

מבוא לאלגברה לינארית - תרגיל 7 - אלגברת מטריצות

תרגיל 1. עבור המטריצות הבאות מצא את A^{-1} ורשום אותה ככפל של מטריצות אלמנטריות.

$$1. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 5 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

תרגיל 2. תהי A_1, \dots, A_k מטריצות הפיכות הוכח ש- $A_1 \cdot \dots \cdot A_k = \prod_{i=1}^k A_i$ הפיכה ומצא למה היא שווה. (רמז: בתרגול ראינו עבור שתי מטריצות A, B)

תרגיל 3. תהי A מטריצה. הוכח או הפרך:

1. אם $A + A^2$ הפיכה אז A הפיכה.

2. אם $A + A^2$ הפיכה אז A הפיכה.

3. אם $A^2 = A$ אז $A = I$ או A איננה הפיכה.

תרגיל 4. האם המטריצות הבאות אלמנטריות?

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pi \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

תרגיל 5. מצאו את כל הערכים של α עבורם קיימת מטריצה $B \in \mathbb{C}^{4 \times 3}$ כך ש-

$$B \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

תרגיל 6. תהינה A ו- B מטריצות ריבועיות מאותו סדר, כך שמתקיים $BA = -A^3 = I$ הוכיחו שמתקיים $A(A+I)$

1. $A^{-1} = A^2$

2. $B = A + I$

3. $BABA = A^2B^2$

בהצלחה!!