

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א. $\int (e^x + x)^2 (e^x + 1) dx$

ב. $\int x^2 \sin(2x) dx$

2.

א. מצאו את כל האסימפטוטות (אנכיות ו/או משופעות) של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 + \sin(x)} dx$

3.

א. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^{x^2} \cos(t^2) dt}{x^2}$

ב. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\frac{k^2}{n} + 3k + 2n}$

4.

א. קרבו את $\sin(1)$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$

ב. קרבו את $\cos\left(\frac{2+\pi}{2}\right)$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$

5. תהיינה שתי פונקציות בעלות נגזרות רציפות כך שלכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f'(x) > g'(x)$.

א. הוכיחו/הפריכו: לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x) > g(x)$.

ב. הוכיחו/הפריכו: מתקיים כי $f(1) - f(0) \geq g(1) - g(0)$.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{טורי חזקות ידועים:}$$