ועתה לשכלול עצמו: בבואנו להוכיח פסוק α, בהסתמך על קבוצת הנחות Γ, נוכל ליצור סדרת פסוקים $\{\alpha_i \mid i \le n\}$, כך שלכל i מתקיים $\alpha_i \in \Gamma$ או α_i הוא **טאוטולוגיה "פשוטה"** (כלומר, שקל לזהות את היותה טאוטולוגיה), או α_i נובע מאחדים מקודמיו באמצעות כלל היסק. במלים אחרות, אנו מוסיפים את האפשרות שמותר ל-α_i להיות טאוטולוגיה **שאינה** ב-Γ.

דוגמה 2:

טענה: מן ההנחות $A, A\to B, C\to((\sim B)\vee D), E\to(C\vee G), D\to(\sim B), E$ נובעת המסקנה G.

הוכחה:

(1)	A	הנחה
(2)	$A\to B$	הנחה
(3)	$C\to((\sim B)\vee D)$	הנחה
(4)	$E\to(C\vee G)$	הנחה
(5)	$D\to(\sim B)$	הנחה
(6)	E	הנחה
(7)	B	מ-(1),(2); לפי I
(8)	$C\vee G$	מ-(4),(6); לפי I
(9)	$B\to(\sim(\sim B))$	טאוטולוגיה
(10)	$\sim(\sim B)$	מ-(7),(9); לפי I
(11)	$\sim D$	מ-(5),(10); לפי II
(12)	$B\wedge(\sim D)$	מ-(7),(11); לפי V
(13)	$(B\wedge(\sim D))\to(\sim((\sim B)\vee D))$	טאוטולוגיה
(14)	$\sim((\sim B)\vee D)$	מ-(12),(13); לפי I
(15)	$\sim C$	מ-(3),(14); לפי II
(16)	G	מ-(8),(15); לפי VII

שאלה 1.31

השתמש בכללי ההיסק I עד IX ובפסוקים מהצורה $(\sim(\alpha\to\beta))\to(\alpha\wedge(\sim\beta))$ ומהצורה $((\alpha\vee\beta)\to\gamma)\to((\alpha\to\gamma)\wedge(\beta\to\gamma))$ (בדוק שפסוקים אלו הם אכן טאוטולוגיות), והוכח:

א) מההנחות $A\to B, C\to D, \sim(A\to D)$ נובעת המסקנה $B\wedge(\sim C)$.

ב) מההנחות $A\to(B\wedge C), (B\vee D)\to E, A\vee D, \sim(B\wedge C)$ נובעת המסקנה E.

התשובה בעמוד 166

כל מה שנעשה בסעיף זה, יוצג באופן פורמלי בפרק הבא.