

הקדמה

תכניס מחמיה:

תהי X קבוצת \mathbb{N} הסככות הרגולריות

[סככי דינאמיים הם סככי $a_1 a_2 a_3 \dots$ כג. $\{a_i \in \mathbb{N}\}$]

נאני יחס R על X באופן הבא

$$\left[\begin{array}{l} a = a_1 a_2 a_3 \dots \\ b = b_1 b_2 b_3 \dots \end{array} \right] a R b \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}; a_n - b_n \neq (-1)^n$$

א. יונייט e - R יחס סככי

ב. הקדמי / אחר R הוא יחס סככי מלא

ג. מלאו איתו גורם R לייצר אלקטן לייצר

אין קיימים.

מכיון $\dots 0 \neq -1 \neq 1 \neq -1 \dots R \dots 0 \neq 1 \neq -1 \dots$

א. \mathbb{N} יחס סככי

1. כלבים $a_1 a_2 a_3 \dots R a_1 a_2 a_3 \dots$

$\forall n; a_n - a_n = 0 \neq (-1)^n$ כן

2. אש סימטרי: $a R b \wedge b R a$

$\forall n \quad a_n - b_n \neq (-1)^n \wedge b_n - a_n \neq (-1)^n$

$\forall n \quad a_n - b_n \neq -1, 1 \rightarrow a_n - b_n = 0 \rightarrow a_n = b_n$
 $a_n - b_n \in \{0, 1, -1\}$

$\forall n \in \mathbb{N}; a_n - b_n = 0$
 וכל אלו הם 1, -1, 0
 כל אלו הם 1, -1, 0

\Downarrow

$\forall n \in \mathbb{N}; a_n = b_n$
 \Downarrow
 $a = b$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$ (3)

$\forall n; a_n - b_n \neq (-1)^n \quad b_n - c_n \neq (-1)^n$

$a_n - c_n$ נכונה נכונה

$$a_n - c_n = (a_n - b_n) + (b_n - c_n)$$

$$a_n - c_n = \begin{matrix} \neq \\ \neq \end{matrix} \begin{matrix} \neq \\ \neq \end{matrix} \in \{0, -1, -2\} \neq (-1)^n$$

$$a_n - c_n = \begin{matrix} \neq \\ \neq \end{matrix} \begin{matrix} \neq \\ \neq \end{matrix} \in \{0, 1, 2\} \neq (-1)^n$$

$a \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$

$a \quad b$
 $000... \quad 1111...$

$$a_1 - b_1 = -1 = (-1)^1 \quad \cup$$

$b \quad a$
 $111... \quad 000...$

$$b_2 - a_2 = 1 = (-1)^2 \quad \cup$$

2. \mathbb{N} ק"מ' $\mathbb{M} = 01010101\dots$ - גורף לוגי

לוגי $\mathbb{M} = 101010\dots$ - ק"מ'

מקום \mathbb{M} \rightarrow

$\beta \in \mathbb{N}$ a מוקד

$\mathbb{M} \mid \mathbb{R} a$

$101010\dots \mathbb{R} a_1 a_2 a_3 a_4 \dots$

$$\forall n \in \mathbb{N} : m_n - a_n \neq \epsilon 1^n$$

$$1 - a_n \neq -1$$

η א"כ

$$a_n \in \{0, 1\} \text{ כן } a_n \neq 2$$

$$0 - a_n \neq 1$$

η א"כ

$$a_n \in \{0, 1\} \text{ כן } a_n \neq -1$$

קאונד קומד סרט \mathbb{M}

יחס סדר סדר מכלול קבוצות

י"ן (A, \leq) - קבוצה סדורה גלית

(B, \leq) - קבוצה סדורה גלית

א"כ $A \times B$ יחס סדר

יחס סדר מילוני \downarrow יחס סדר מילוני

$$(a_1, b_1) \mathbb{R} (a_2, b_2) \Leftrightarrow (a_1 \leq a_2) \vee (a_1 = a_2 \wedge b_1 \leq b_2)$$

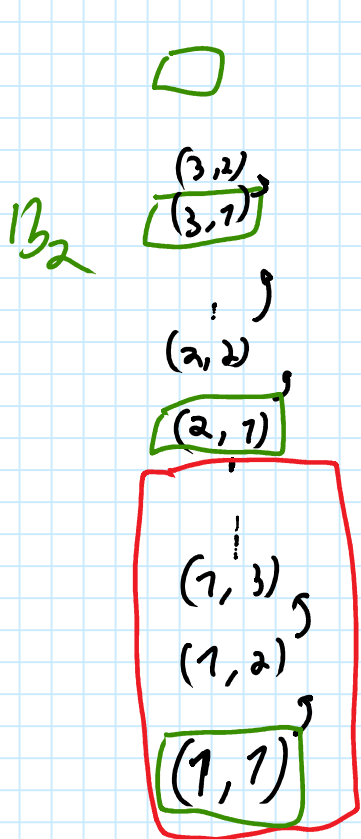
תכונות: נגזרות \rightarrow $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ עם חיבור

$$B_1 = \{(1, x) \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$B_2 = \{(x, 1) \mid x \in \mathbb{N}\}$$

inf(B_2), sup(B_1), inf(B_1) וכו'

sup(B_2)



תכונות: $(n, m) \in B_2 \text{ } \exists \delta \text{ } \supset \text{ } \inf(B_2) = (1, 1)$

$(1, 1) R (n, m)$ מתקיים

$(1, n) \in B_2 \text{ } \exists \delta \text{ } \supset \text{ } \sup(B_1) = (2, 1)$

$(1, n) R (2, 1)$ מתקיים

נניח שמתקיים $(1, n) R (k, m)$

הכלולות \mathbb{N}

$k \geq 2$ $\exists \epsilon$ (k, m) \exists $n > k$

$k=2$ $\forall n$ $\supset (2, 1) R (k, m)$ \exists

$1 < m$ \exists

$\forall n > 2$ \exists $n \in \mathbb{N}$ \exists $n - 1$

פונק'

פונק' היא תהיך קונו ע $A \times B$
 (כלומר פונק' היא מ A ל B)

1. קק סככות .
2. עכונ

$$(a, f(a))$$

$$\forall a \in A; \exists b \in B; (a, b) \in f$$

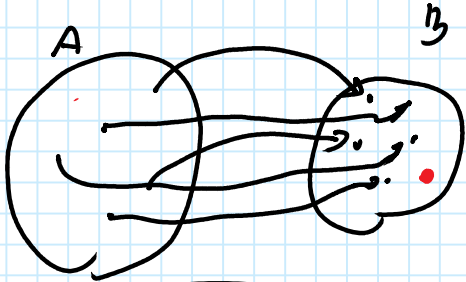
$$\forall a \in A; \exists ! b \in B; (a, b) \in f$$

היך קק עכונ

קק-כח-עכונ
 - עכונ

$$(x, b) \in f \wedge (y, b) \in f \Rightarrow x = y$$

$$\forall b \in B; \exists x \in A; (x, b) \in f \quad \text{עכונ}$$



תכונות: $f: \mathbb{Z}^A \rightarrow \mathbb{Z}^B$ ($f \in A \times B$)

כע - $f(x) = x^2$ היך עכונ / עכונ?

- עכונות: $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (-1, 1), (0, 0), (-2, 4), \dots\}$

עכונ - עכונ עכונ עכונ עכונ

(1) עכונ עכונ עכונ עכונ עכונ

(2) עכונ עכונ עכונ עכונ עכונ

עכונ עכונ עכונ עכונ עכונ

$(-1, 1), (1, 1) \in f$
 $-1 \neq 1$ עכונ

$f(x) = 5$ -e > $x \in \mathbb{Z}$ י"י \mathbb{N} \hookrightarrow \mathbb{N}

י"י \mathbb{N} \hookrightarrow \mathbb{Z}

? $f(x) = x^2$ -e > $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$

$x \neq y \in \mathbb{N}$ י"י

י"י ? \mathbb{N}

$f(x) \neq f(y)$ י"י \mathbb{N}

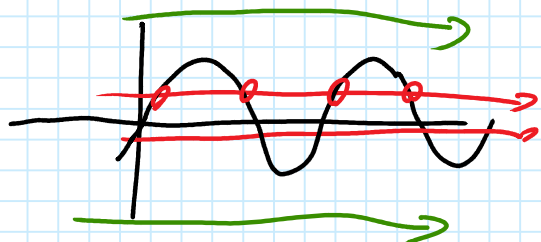
$x \neq y \in \mathbb{N}$ י"י \mathbb{N}

$x^2 \neq y^2$ י"י \mathbb{N}

$f(x) = 8$ -e > $x \in \mathbb{N}$ י"י \mathbb{N} \hookrightarrow \mathbb{P} , י"י \mathbb{N} ; f

$f(x) = \sin x$ -e > $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

י"י \mathbb{R}



י"י \mathbb{R} י"י \mathbb{R}

$f(\pi) = \sin \pi = \sin 0 = f(0)$

$\pi \neq 0$ -e > י"י \mathbb{R}

$f(x) = \sin(x) = 2$ -e > $x \in \mathbb{R}$ י"י \mathbb{R} \hookrightarrow \mathbb{R} , י"י \mathbb{R}



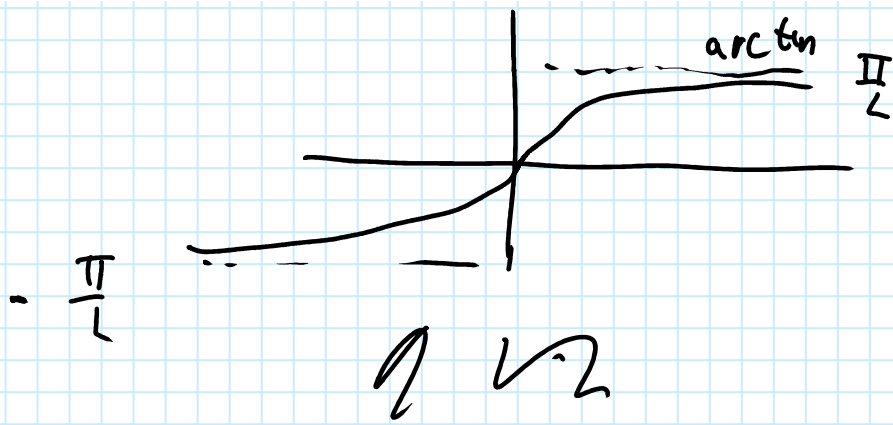
$f(x) = \sqrt{x}$ $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}^+$

י"י \mathbb{R}

\downarrow
 $\sqrt{x_1} \neq \sqrt{x_2}$
 \downarrow
 $f(x_1) \neq f(x_2)$

$\forall x \in \mathbb{R}^+$ י"י \mathbb{R} י"י \mathbb{R} י"י \mathbb{R}
 $f(x) \neq -2$



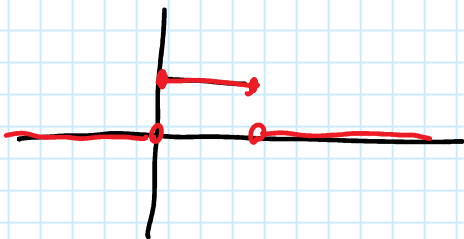
$I_A: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s/c $A \subseteq \mathbb{R}$ 'ש' $\mathbb{R} \setminus A$

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

!>A> 'הכני' (א)

A רצף אינטרוווס s/c $A = [0, 1]$ פתוח $\mathbb{R} \setminus A$

$$I_{[0,1]}^{\uparrow}(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0, 1] \\ 0 & x \notin [0, 1] \end{cases}$$



מחצ' : $\mathbb{R} \setminus A$ - $\phi = A$ או A יש נקודת ממש

$I_A(x) = 0$ קיימ'ו אינטרוווס סגור כ-ע

אחית קיימ'ו > δ נמצא שט' אצמ' a, b

$$I_A(a) = I_A(b) = 1 \quad \text{אז}$$

$$a \neq b \quad \text{אז}$$

$I_A(x) = 1$ $\forall x \in \mathbb{R}$ כ-ע \mathbb{R} קיימ'ו δ \mathbb{R} \mathbb{R}

$f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$; תכונה

$$f(n, m) = n - m$$

האם f היא פונקציה זוגית?

האם f היא פונקציה זוגית ; תכונה

$$\begin{array}{ccc} f(1, 2) = f(2, 3) & & \\ \parallel & & \parallel \\ 1-2 & & 2-3 \\ \parallel & & \parallel \\ -1 & & -1 \\ (1, 2) \neq (2, 3) & & \text{זוגית} \end{array}$$

יש $k \in \mathbb{Z}$;

$$f(8, 8) = 8 - 8 = 0 = k \quad k=0 \quad 1.$$

$$f(k+1, 1) = k+1-1 = k \quad ; \quad k > 0 \quad 2.$$

$$f(1, -k+1) = 1 - (-k+1) = k \quad ; \quad k < 0 \quad 3.$$

כל $(n, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ יש $k \in \mathbb{Z}$ כזה ש-

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$; תכונה

האם f היא פונקציה זוגית?

תכונה

$$f(1) = 1$$

$$n > 1 \quad f(n) = n - 1$$

$$\begin{array}{l} f(2) = 1 \\ f(3) = 2 \\ f(4) = 3 \\ f(5) = 4 \end{array}$$

$$f(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ n-1 & n \geq 2 \end{cases} \quad ; \text{פונקציה}$$

$$f(1) = f(2) = 1 \quad \text{כאשר } ; \text{כאשר } n \neq 2$$

$$f(m+1) = (m+1) - 1 = m \quad \text{כאשר } m \in \mathbb{N} \quad ; \text{פונקציה}$$

כלומר לכל $m \in \mathbb{N}$ מתקיים $f(m+1) = m$
 ולכן היא פונקציה.

תכונה; תהי' A קבוצה ו- $f: A \rightarrow \mathbb{N}$

אז $a \in A$ יחס R על A מוגדר כ-

$$a R b \iff f(a) \leq f(b)$$

קובץ:

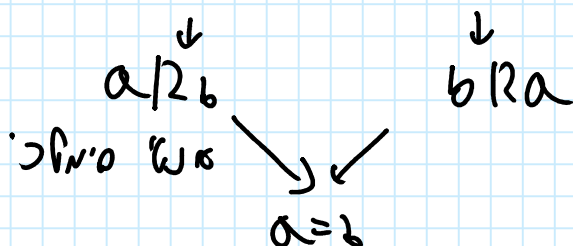
$$R \text{ יחס סדר } \iff f \text{ פונקציה}$$

תכונה: $(\iff) R$ פונקציה

אם $a = b$ אז $f(a) = f(b)$ ולכן

$$f(a) = f(b)$$

$$f(a) \leq f(b) \wedge f(b) \leq f(a)$$



(\Rightarrow) f מונוטונית $\iff f(a) \leq f(b) \iff a \leq b$

1. רצף, קבוע
 $f(a) \leq f(a)$
 \Downarrow
 $a \leq a$

2. הפיכה
 $a \leq b \wedge b \leq a$

$f(a) \leq f(b) \wedge f(b) \leq f(a)$

$f(a) = f(b)$
 \Downarrow
הפיכה
 $a = b$

3. סבסטיאל - שומר

תכנים:

1. תג' A קלונין \iff $f: A \rightarrow A$

פונקציה $F: A^A \rightarrow A$ שיהיה

$$A^B = \left\{ \begin{array}{l} \text{הקבוצה } B \text{ הפונקציות } f: B \rightarrow A \\ \text{אל } A \end{array} \right\}$$

נתונים: N הפונקציה, F , שהיא $f \in N$ פונקציה

והיא איננה A

שמן $f_a: A \rightarrow A$ פונקציה
 $\forall b \in A; f_a(b) = a$

$$f_1(1) = 1$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 1$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$F(f_a) = a$$

הקבוצה C

$$F(f) = c$$

הקבוצה

$$f \neq f_a$$

כל

A

\rightarrow

הקבוצה C

הקבוצה

$$f_a \in A^A$$

הקבוצה

הקבוצה

$$a \in A$$

כל

כל

הקבוצה

$$F(f_a) = a$$

הקבוצה