

תרגיל בית 12 – טופולוגיה

שאלה 1

יהיו (X_i, τ_i) מרחבים טופולוגיים דיסקרטיים לכל $i \in I$. האם מרחב המכפלה $\prod_{i \in I} X_i$

דיסקרטי?

רמז: תלוי.

שאלה 2

יהי (X, d) מרחב מטרי. הוכיחו כי הפונקציה $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה.

שאלה 3

יהי X מרחב טופולוגי ותהי I קבוצת אינדקסים. נסמן ב- X^I את מרחב המכפלה $\prod_{i \in I} X$.

לכל $x \in X$ נגדיר $f_x \in X^I$ להיות הווקטור האינסופי שכל רכיביו הם x . נסמן

$Y = \{f_x \mid x \in X\}$ עם הטופולוגיה המושרית מ- X^I . הוכיחו כי

X הומיאומורפי ל- Y .

שאלה 4

הוכיחו שמכפלת מרחבי T_1 היא מרחב T_1 .

שאלה 5

(א) יהי X מ"ט דיסקרטי עם בסיס B . הוכיחו שלכל $x \in X$ מתקיים $\{x\} \in B$.

(ב) יהי X מ"ט עם בסיס B , Y קבוצה ו- $f: X \rightarrow Y$ פונקציה על. הוכיחו/הפריכו:

$B' = \{O \subseteq Y : f^{-1}(O) \in B\}$ בסיס לטופולוגיית המנה על Y .

(ג) יהי \mathbb{R}_l הישר של סורגנפריי ותהי $f: \mathbb{R}_l \rightarrow \mathbb{Z}$ פונקציית הערך השלם. מצאו

את טופולוגיית המנה τ על \mathbb{Z} ביחס ל- f .

בהצלחה!