

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-01/05)
מועד ב', תשע"ו

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר

משך המבחן: 2.5 שעות

חומר עזר: אסור (כולל מחשבון כיס)

ענו על 5 מתוך 6 השאלות הבאות. כל שאלה שווה ל-21 נקודות.

1. נתונה התבנית

$$\omega = \left(y \cos(xy) - \frac{y}{(x-2)^2} \right) dx + \left(x \cos(xy) + \frac{1}{x-2} - \sin y \right) dy$$

בקבוצה $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 2\}$

א. בדקו ש- ω סגורה.

ב. קבעו האם ω מדוייקת. אם כן, מצאו את פונקציה f כך ש- $df = \omega$.

ג. חשבו את $\int_{\Gamma} \omega$ כאשר Γ היא עקומה המחברת את $A = (0, \pi)$ ו- $B = (1, 2\pi)$ בכיוון מ- A ל- B .

2. בעזרת משפט גרין חשבו את שטח התחום החסום על ידי הקרדיאוידה שנתונה בקואורדינטות קוטביות על ידי

$$r = 1 + \sin \theta, \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

3. בעזרת משפט הדיברגנץ חשבו את $\int_M (F \cdot N) dS$ כאשר $F = (x^3, y^3, z^3)$ ו-

$$M = \left\{ x^2 = \frac{3}{4}(y^2 + z^2), 0 \leq x \leq 1 \right\}$$

עם נורמל חיצוני.

4. מצאו את שטח הפנים של חלק החרוט $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ שנמצא ברביע הראשון ובתוך הכדור

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 2ax$$

5. חשבו את $\int_{\Gamma} F \cdot dr$ כאשר $F = (y^3, x, z)$ ו- Γ היא החיתוך של הגליל $x^2 + y^2 = 1$ עם משטח $z = 2 + \sin(xy)$ עם האוריינטציה נגד כיוון השעון.

6. הגדירו את האורך $L(\gamma)$ של עקומה רציפה $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ והוכיחו שאם γ גזירה ברציפות אזי

$$L(\gamma) \leq \int_a^b \|\gamma'(t)\| dt$$

בהצלחה!