

## מבוא לטופולוגיה - תרגיל בית 10

### שאלה 1

יהיו  $X, Y$  מ"ט קשירים מסילתית ו- $A \subset X, B \subset Y$ .  
הוכיחו ש- $X \times Y - A \times B$  מ"ט קשיר מסילתית.

### שאלה 2

יהיו  $X, Y$  מ"ט ו- $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$  העתקות רציפות  
כך ש- $f \circ g = Id_Y$ .  
הוכיחו ש- $f$  העתקת מנה.

### שאלה 3

הוכיחו ש- $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$  העתקת מנה.

### שאלה 4

תהי  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \times [0, \infty)$  פונקציה כך ש- $f((x, y)) = (x, |y|)$ .  
הוכיחו ש- $f$  העתקת מנה.

### שאלה 5

יהיו  $a, b \in \mathbb{R}$  כך ש- $a < b$ . תהי  $P_{a,b} \subseteq \mathbb{R}^2$  רצועה במישור  
כך ש-

$$P_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid a - x < y < b - x\}$$

הוכיחו:

א' אוסף הקבוצות  $\{P_{a,b} \mid a < b\}$  הוא בסיס לתופולוגיה מסוימת  
(נסמן אותה ב- $T$ ) על הקבוצה  $\mathbb{R}^2$ . (רמז. תעשו ציור)  
ב' המרחב הטופולוגי  $(\mathbb{R}^2, T)$  אינו מרחב האוסדורף.