

# בוזון בחשבון אינפיניטסימלי – 88-132 (תיכוניסטים)

- משך הבוזון שעה וחצי.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר להשתמש במחשבון. כל חומר עזר אחר אסור.
- יש לכתוב בכתב קריא ובצורה מסודרת. יש לנמק היטב.
- בהצלחה!

## שאלה 1 (33 נק')

א. (23 נק') יהיו  $\{a_n\}, \{b_n\}$  סדרות המתכנסות לגבול  $L \in \mathbb{R}$  ותהי  $\{c_n\}$  סדרה המקיימת  $a_n \leq c_n \leq b_n$  לכל  $n \in \mathbb{N}$ . הוכיחו כי  $\{c_n\}$  מתכנסת ל-  $L$ .

ב. (10 נק') הוכיחו כי הסדרה הבאה מתכנסת וחשבו את גבולה:  $a_n = \sqrt[n]{1^n + 2^n + 3^n + \dots + 100^n}$

## שאלה 2 (34 נק')

א. (14 נק') הוכיחו כי  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  מתכנס עבור  $s > 1$  ומתבדר עבור  $s \leq 1$ .

ב. (20 נק') מיצאו את כל  $c \in \mathbb{R}$  עבורם הטור הבא מתכנס:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^c}{(3n)!}$

**שימו לב:** אין קשר בין הסעיפים.

## שאלה 3 (33 נק')

קבעו האם הטורים הבאים מתכנסים בהחלט, מתכנסים בתנאי, או מתבדרים (11 נק' לכל סעיף):

א. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \log n}$$

ב. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[6]{n^2+n+1} + \sqrt[7]{n^2+1}}{\sqrt[3]{n^7-n^5+1}}$$

ג. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$