

אינפי 2 תשע"ט - מבחן לדוגמה

10 ביוני 2019

- מרצים: ד"ר שמעון ברוקס ומר אלעד עטייא.
- ענו על כל השאלות. כל שאלת נכון/לא נכון שווה 4 נקודות, כל שאלה פתוחה שווה 14 נקודות.
- משך המבחן 3 שעות.
- חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

חלק א' (40 נק')

סמנו נכון/לא נכון.

1. אם $\int_1^\infty |f(x)| dx$ מתכנס, אז $\int_1^\infty f(x) dx$ מתכנס.
(א) נכון.
(ב) לא נכון.
2. תהי $\{f_n(x)\}$ סדרת פונקציות גזירות המתכנסת במ"ש לפונקציה גזירה f בקטע I . אזי, קיימת נקודה $x_0 \in I$ עבורה: $f'_n(x_0) \rightarrow f'(x_0)$.
(א) נכון.
(ב) לא נכון.
3. $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{(x^2+1)(x^2-4)} dx = \ln 2 + \arctan 2$.
(א) נכון.
(ב) לא נכון.
4. אם f אי-שלילית ואינטגרבילית בקטע $[a, b]$, ובנוסף קיימת נקודה $x_0 \in [a, b]$ שבה: $\int_a^b f(x) dx > 0$, אז $f(x_0) > 0$.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

5. הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 \arctan(nx)}{n^2+n}$ מתכנס במ"ש בקטע $[0, 1]$.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

6. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 x}{y^4+x^2}$ לא קיים.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

7. אם לפונקציה $f(x, y)$ יש נקודת קיצון בנקודה (x_0, y_0) , אז $f_x(x_0, y_0) = 0$.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

8. יהיו $\sum a_n x^n, \sum b_n x^n$ טורי חזקות עם רדיוסי התכנסות R_1, R_2 בהתאמה. אז, רדיוס ההתכנסות של הטור $\sum (a_n + b_n) x^n$ הוא $\min\{R_1, R_2\}$.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

9. רדיוס ההתכנסות של הטור $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ הוא $R = \infty$.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

10. אם f אינטגרבלית בקטע I , קיימת חלוקה סופית P של הקטע עברה סכומי דרבו העליון והתחתון שווים, כלומר: $\bar{S}(f, P) = \underline{S}(f, P)$.

(א) נכון.

(ב) לא נכון.

חלק ב' (70 נק')

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

(א) $\int x^3 \cos(x^2) dx$

(ב) $\int \frac{1}{\sqrt{e^x-1}} dx$

2. קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים או מתבדרים:

$$\int_0^1 \frac{\ln x}{x-1} dx \quad (\text{א})$$

$$\int_0^1 \frac{1}{e^x \ln x} dx \quad (\text{ב})$$

3. (א) קבעו האם סדרת הפונקציות $f_n(x) = x^n(1-x^n)$ מתכנסת במ"ש בקטע $[0, 1]$.

$$(\text{ב}) \text{ נסמן: } g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}. \text{ מצאו את הפונקציה } g.$$

4. מצאו את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה $f(x) = (x^2 + 1)y$ בתחום: $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$.

5. חשבו את האינטגרל $\iint_D e^x dx dy$ כאשר D הוא המשולש שקודקודיו הם $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$.