# <u>תרגיל אחרון בגיאומטריה אנליטית</u>

מצאו את משוואת האליפסה (שבמקורה הייתה קנונית ) $8x^2+4y^2=4$ אחרי שסובבו אותה ב $120^\circ$.

<u>תשובה</u>

<u>שימו לב!!! זו שאלה פשוטה מאד. צריך לעשות הפוך מהתרגילים הארוכים שעשינו בכיתה – פשוט להציב את שינוי המשתנה לפי הזווית ו... זהו ☺</u>

היות והאליפסה המקורית היא קנונית הרי שהיא ניתנת להצגה כתבנית ריבועית של מטריצה אלכסונית : $(x,y)\begin{pmatrix}8&0\\0&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=4$. היות והיא מסובבת אנחנו צריכים לדעת מהי המטריצה האורתוגונאלית שמתאימה לסיבוב זה. לכן נציב $\alpha=120^\circ$ במטריצת הסיבוב :

$$P=\begin{pmatrix}\cos 120 & -\sin 120\\ \sin 120 & \cos 120\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

כעת נציב כשינוי משתנה $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=P^t\begin{pmatrix}\tilde{x}\\\tilde{y}\end{pmatrix}$ ולכן נקבל : $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{x}\\\tilde{y}\end{pmatrix}$

ולכן קיבלנו : $(\tilde{x},\tilde{y})\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8&0\\0&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{x}\\\tilde{y}\end{pmatrix}=4$

נכפיל :

$$\left(-\frac{1}{2}\tilde{x}+\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{y},-\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{x}-\frac{1}{2}\tilde{y}\right)\begin{pmatrix}8&0\\0&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\tilde{x}+\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{y}\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{x}-\frac{1}{2}\tilde{y}\end{pmatrix}=4$$

ונקבל : $2\left(\tilde{x}-\sqrt{3}\tilde{y}\right)^2+\left(\sqrt{3}\tilde{x}+\tilde{y}\right)^2=4$ כלומר : $5\tilde{x}^2+7\tilde{y}^2-2\sqrt{3}\tilde{x}\tilde{y}=4$ - זוהי משוואת האליפסה המסובבת.