

מועד א' בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

קורס מס' 83114 תשע"ז, סמסטר ב'

מרצה: ד"ר רוני ביתן, מתרגלים: אירינה ראיצ'ק, תומר ירון, עולא אמארה.

משך הבחינה: שלוש שעות, חומר עזר מותר: דף נוסחאות מצורף + מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענה על ארבע שאלות מתוך חמש. נמק את צעדיך!
שאלה 1.

א. קבע היכן וכיצד טור הפונקציות: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ מתכנס (נקודתית, בהחלט או בתנאי, במידה שווה) (10 נק').

ב. חשב את סכום הטור: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$ (15 נק').

שאלה 2. קבע עבור הפונקציה:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

א. האם היא רציפה בראשית? (10 נק')
 ב. האם היא דיפרנציאבילית בראשית? (15 נק')

שאלה 3. על קופסא בצורת תיבה ישרה, הפתוחה מלמעלה, להיות בעלת נפח של 32 סמ"ק.

מה צריכים להיות מימדיה של הקופסא כדי ששטח המעטפת שלה יהיה מינימאלי / מקסימאלי? הסבר! (25 נק').

שאלה 4.

א. נתון משטח: $S = \{(x, y, z) : F(x, y, z) = 0\}$ באשר $F \in C^1(\mathbb{R}^3)$.

הראה כי אם $F_z \neq 0$ ב- S אזי: $dS = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}}{|F_z|} dx dy$ (10 נק').

ב. חשב את המסה של משטח המעטפת של חציו העליון של כדור ברדיוס R בעל צפיפות מסה z (15 נק').

שאלה 5.

א. על משטח הנתון ע"י $z = f(x, y) \in C^1(D)$ נתון קו גובה בצורה פרמטרית: $r(t) = (x(t), y(t))$, $a \leq t \leq b$.

הראה כי: $\forall a < t < b: \nabla f_{r(t)} \perp r'(t)$ (10 נק').

ב. חשב את: $\oint_L (y-z) dx + x dy + (x-y) dz$ באשר העקום L הוא חיתוך המשטחים:
 $z = x^2 + y^2$
 $z = x + y$

בכיוון הטריגונומטרי = נגד כיוון השעון (כשמסתכלים מלמעלה) (15 נק').

בהצלחה!