

## תרגיל 6 – חדון"א 1 לביולוגיה חישובית

### 1 תרגיל

תהי  $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$  רציפה.

א. הראה כי יש  $0 \leq x_0 \leq 1$  כך ש  $f(x_0) = x_0$ .

ב. הראה שאין בהכרח  $0 \leq x_0 \leq 1$  כך ש  $f(x_0) = \frac{x_0}{2}$ .

ג. האם סעיף א נכון אם נחליף  $[0,1]$  ב  $(0,1)$ ?

### 2 תרגיל

שרטט גרפים של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^{2n} x, x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^n}, x > -1$$

### 3 תרגיל

נניח  $f$  ו  $g$  מונוטוניות עולות. הוכח או הפרך את הסעיפים הבאים:

א.  $-f$  מונוטונית יורדת.

ב.  $f+g$  מונוטונית עולה.

ג.  $f-g$  מונוטונית (עולה או יורדת).

ד.  $f \cdot g$  מונוטונית.

הוכח את הסעיף הבא:

ה. הראה שאם  $f, g$  מונוטוניות אז גם  $f \circ g$  מונוטונית אם ההרכבה  $f \circ g$  מוגדרת.

### 4 תרגיל

הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

א. אם  $f, g$  פונקציות זוגיות אז  $f \cdot g$  פונקציה זוגית.

ב. אם  $f, g$  פונקציות אי זוגיות אז  $f \cdot g$  פונקציה אי זוגית.

ג. אם  $f, g$  פונקציות אי זוגיות אז  $f-g$  פונקציה אי זוגית.

ד. אם  $f$  זוגית ו  $g$  אי זוגית אז  $f \circ g$  אי זוגית.

ה. קיימת פונקציה שהיא גם זוגית וגם אי זוגית.

### 5 תרגיל

א. הראה שאם  $f, g$  רציפות במידה שווה ב  $(a,b)$  אז גם  $f \cdot g$  רציפה במידה שווה ב  $(a,b)$ .

ב. האם סעיף א נכון עבור  $(a, \infty)$  במקום  $(a,b)$ ?

ג. הראה ש  $\sin \frac{1}{x}$  לא רציפה במידה שווה ב  $(0,1)$ .

ד. הראה ש  $x \sin \frac{1}{x}$  רציפה במידה שווה ב  $(0,1)$ .

ה. הראה ש  $\sin x^2$  לא רציפה במידה שווה ב  $[0, \infty)$ .

ו. הראה שאם  $f, g$  רציפות במידה שווה בקטע כלשהו אז גם  $f+g$  רציפה במידה שווה.

ז. הראה שאם  $f$  רציפות במידה שווה בקטע כלשהו אז גם  $c \cdot f$  רציפה במידה שווה. ( $c$  מספר

ממשי)