

חשבון אינפי מתקדם

תרגיל 10

אינטגרלים קווים

1. חשבו אינטגרלים מסוג ראשון :
 - א. $L \int_L (x+y) dl$ - משולש עם קודקודים $(0,0), (1,0), (0,1)$
 - ב. $L \int_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$ - קטע שקצותיו $(0,0), (1,2)$
 - ג. $L \int_L y dl$ - קשת של ציקלואידה $\begin{cases} x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) \\ 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$
 - ד. $L \int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$ - נתון ע"י $\begin{cases} x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt \\ 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$
2. חשבו אינטגרלים מסוג שני :
 - א. $\Gamma \int_{\Gamma} \left(x - \frac{1}{y}\right) dy$ - קשת של פרבולה $\begin{cases} y = x^2 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$
 - ב. $\Gamma \int_{\Gamma} 2xy dx + x^2 dy$ - קשת של פרבולה $\begin{cases} y = x^2/4 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$
 - ג. $\int_{\Gamma} (x^2 + y^2) dx - x dy$ לאורך רבע המעגל $x^2 + y^2 = 1$ מנקודה $(1,0)$ עד הנקודה $(0,1)$
 - ד. $\Gamma \int_{\Gamma} yz dx - xz dy + xy dz$ - עקומה $\begin{cases} x = e^t, y = e^{3t}, z = e^{-t} \\ 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$
3. חשבו את המסה של תיל דק המעוצב בצורת הקשת המעגלית $y = \sqrt{9-x^2}, 0 \leq x \leq 3$, כאשר פונקציית הצפיפות היא : $\delta(x, y) = kx\sqrt{y}, k > 0$.
4. חשבו את העבודה המבוצעת כאשר חלקיק נע על הפרבולה $x = y^2$ מ- $(0,0)$ עד $(1,1)$, בשעה שפועל עליו כוח : $\mathbf{F}(x, y) = xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$
5. חשבו את העבודה שמבצע כוח : $\mathbf{F}(x, y, z) = (x+y)\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ הפועל על החלקיק שנע לאורך קטע הישר מ- $(0,0,0)$ עד $(1,3,1)$, ומשם לאורך קטע הישר מ- $(1,3,1)$ ל- $(2,-1,4)$.
6. קבעו האם $\mathbf{F}(x, y) = (\cos y + y \cos x)\mathbf{i} + (\sin x - x \sin y)\mathbf{j}$ הוא שדה משמר. אם \mathbf{F} משמר מצאו לו פונקציית פוטנציאל.
7. הראו שהאינטגרל $\int_{(1,2)}^{(4,0)} 3y dx + 3x dy$ אינו תלוי במסלול וחשבו אותו.

בהצלחה !!!