

מבחן דמה – 88-133 אינפי 2 תשע"ז

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: ד"ר ארז שיינר.

1. קבעו האם הפונקציות הבאות רציפות במ"ש בקטע הנתון

א. $e^x \ln(x)$ בקטע $(0, \infty)$

ב. $\frac{x}{\sin(x)} + \sin(x)$ בקטע $(0, \infty)$

2.

א. חשבו את $\int \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx$

ב. עבור $f(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1}$ חשבו את $f^{(48)}\left(\frac{1}{2}\right)$.

3.

א. חשבו את טור הפורייה של $\sin\left(\frac{|x|}{2}\right)$.

ב. הוכיחו כי $\pi = 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{4n^2 - 1}$.

ג. חשבו את π בדיוק של $h = \frac{1}{20}$.

4. תהי f פונקציה המקיימת לכל $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, $-1 \neq \frac{p}{q}$ כי $f\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{q}{p+q}$

א. האם ייתכן כי f אינטגרבילית לפי רימן בקטע $[-1, 0]$?

ב. נתון בנוסף כי f אינטגרבילית לפי רימן בקטע $[0, 1]$ חשבו את $\int_0^1 f(x) dx$.

5. תהי סדרת פונקציות רציפות $f_n(x)$ המתכנסות במ"ש בקטע $[a, b]$.

הוכיחו כי גם סדרת הפונקציות $f_n^2(x)$ מתכנסת במ"ש בקטע $[a, b]$.