

מתמטיקה בדידה להנדסה 2 (83118) בחינת סיום (מועד ג')

מרצה: פרופ' רון עדין
מתרגל: אריאל ויצמן
משך הבחינה: שעתיים וחצי.
חומר עזר מותר: דף הנוסחאות המצורף ומחשבון.
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות, כל אחת בעמוד נפרד. כולן שוות משקל.
נא לרשום בעמוד הראשון אילו שאלות נבחרו. בהעדר רישום, תיבדקנה ארבע השאלות הראשונות במחברת.
ניתן לסמן עמודים שלמים כ"טיוטה". נא לכתוב בכתב ברור ולנמק היטב כל פתרון.

בהצלחה!

1. א. חשבו את מקדם x^{10} בפיתוח של $(1 - 3x + x^4)^{30}$.
ב. הוכיחו, עבור $n \geq 2$: $\sum_{i=0}^n i^2 \binom{n}{i} = n(n+1)2^{n-2}$.
2. א. כמה הילוכי שריג מהנקודה $(0,0)$ לנקודה $(10,10)$ חוצים או נוגעים בישר $y = x + 5$?
ב. כמה הילוכי שריג מהנקודה $(0,0)$ לנקודה $(10,10)$ חוצים או נוגעים גם בישר $y = x - 5$ וגם בישר $y = x + 5$?
ג. כמה הילוכי שריג מהנקודה $(0,0)$ לנקודה $(10,10)$ אינם נוגעים כלל בישר $y = x - 5$ וגם לא בישר $y = x + 5$?
3. נתבונן בקבוצת כל המספרים העשרוניים בעלי 18 ספרות שאינם מכילים את הספרה 0, אך מכילים כל ספרה אחרת בדיוק פעמיים.
א. בכמה מהמספרים הללו, כל זוג ספרות זהות מופיע במקומות סמוכים?
ב. בכמה מהמספרים הללו, אף זוג ספרות זהות אינו מופיע במקומות סמוכים?
4. בכל אחד מהסעיפים הבאים רשמו פתרון עבור n כללי, ובדקו אותו עבור $n = 2$.
א. פתרו: $a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0 \quad (n \geq 2)$
 $a_0 = 3, a_1 = 8$
ב. פתרו: $a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = n \quad (n \geq 2)$
 $a_0 = 5, a_1 = 7$
5. יהי G הגרף השלם K_8 שממנו הושמטו 4 קשתות זרות בקדקודים.
א. האם יש ב- G מעגל אוילר? נמקו.
ב. האם G גרף מישורי? נמקו.