סיכוביות

מחלקת סיבוכיות P

$P \subseteq \{L\}$ כך שL הן שפות שקיימת מ"ט דטרמיניסטית המכריעה את L בזמן פולינומי.
זמן פולינומי נחשב לזמן יעיל.

למה לא מחשיבים זמן לינארי כזמן יעיל?

הסיבה היא שדרגת הפולינום תלויה גם במודל, לא רק באלגוריתם, אבל הפולינום ישאר פולינום בכל מודל דטרמיניסטי.

מחלקת סיכוביות NP

$NP \subseteq \{L\}$ כך שL הן שפות שקיימת מ"ט לא דטרמיניסטית המכריעה את L בזמן פולינומי.
זמן ריצה של מכונה ל"ד מוגדר כזמן הריצה הארוך ביותר של מסלול ריצה. לא יכול להיות מסלול אינסופי - כי מדובר במכונה להכרעה.

איפיון חלופי

$L \in NP$ אס"ם קיים יחס $R_L \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ המקיים:

1. היחס חסום פולינומית: קיימים קבועים b, c כך שלכל $(x,y) \in R_L$ [1] מתקיים $|y| \leq |x|^c + b$.
2. היחס ניתן להכרעה בזמן פולינומי.
3. $\forall x: \quad x \in L \Leftrightarrow \exists y : (x,y) \in R_L$

מחלקת סיבוכיות $CONP$

הגדרה

$$coNP = \left\{L \middle| \overline{L} \in NP\right\}$$

[1] x זה הקלט, y זה ההוכחה

הבחנה

$$coNP \neq \overline{NP}$$

באופן כללי

הקידומת co לגבי מחלקת שפות מגדירה מחלקה של כל השפות שהמשלימות שלהן שייכות לשפה המקורית

דוגמאות

- $R = coR$
- $RE \neq coRE$ - לדוגמה $A_{TM} \in RE$ אבל $A_{TM} \notin RE$
  $RE \cap coRE = R$

דוגמה

$L \subseteq \{(G,k)\}$ כך שבכל קבוצה של k קודקודים בG יש לפחות קשת אחת(בתת הגרף המושרה ממנה).
מה ניתן לומר על L?

פתרון

$\overline{L} = \{(G,k)\}$ כך שקיימת קבוצת בת k קודקודים בG שאין ביניהם קשתות.
$\overline{L} = IS$ - בעיית הפשה הבלתי תלויה:

<u>טענה</u>: $IS \in NP$

<u>הוכחה</u>: נגדיר יחס$R_{IS} \subseteq \{((G,k),y)\}$ כך שy היא רשימת קודקודים מG שמ-הווים קבוצה בת בגודל k.
תנאי 3 מתקיים ישירות.

<u>תנאי 1</u>: $|y| \leq |V| \leq |G| \leq |(G,k)|$

<u>תנאי 2</u>: בדיקה ישירה ניתן לבצע כזמן של לכל היותר

$$O\left(|y|^2 \cdot |E|\right) \leq O\left(|G,k,y|^3\right)$$

<u>טענה</u>: $VC \leq_p IS$

<u>תזכורת 1</u>: $VC \subseteq \{(G,k)\}$ כך שקיימת קבוצת קודקודים בגודל k המכילה לפחות קצה אחד של כל קשת.

<u>תזכורת 2</u>: $A \leq_p B$. קיימת רדוקציה הניתנת לחישוב <u>בזמן פולינומי</u> מA לB.

<u>הוכחה</u>: בהינתן (G,k) קלט עבור VC נבנה (G',K') קלט עבור IS כך שיתקיים $(G,k)\in VC \Leftrightarrow (G',k')\in IS$

<u>הבחנה</u>: נניח שG הוא גרף ויש בו כיסוי $V'\subseteq V$. נסתכל על $u,v\notin V'$. בהכרח $(u,v)\notin E$

<u>הבנייה</u>: $G'=G$, $K'=|V|-k$

מובן שהבנייה ניתנת לחישוב בזמן פולינומי.

$(\Rightarrow)$ $(a,k)\in VC \Leftarrow$ יש בG כיסוי בעזרת k קודקודים $\Leftarrow$ לפי הבניה אין קשתות בין אף 2 קודקודים שאינם בכיסוי ולכן כל הקודקודים שאינם בכיסוי מהווים קב' ב"ת בגודל $k'=|V|-k$ בגרף $G'=G \Leftarrow (G',k')\in LS$

$(\Leftarrow)$ $(G',k')\in LS \Leftarrow$ יש קב' ב"ת בגודל k' בגרף $G' \Leftarrow$ תהי e קשת בG'. בהכרח יש לe לפחות קודקוד אחד מחוץ לקבוצה הב"ת $\Leftarrow$ הקודקודים שאינם בקב' הב"ת מהווים כיסוי בגודל $|V|-k=k'$ בגרף $G=G' \Leftarrow (G,k)\in VC$