

אלגברה מופשטת 3 - תרגיל 11

1. תהי K/F הרחבת גלואה ממימד סופי.
 יהיו L, L' שדות ביניים של ההרחבה K/F . נגדיר $H = Gal(K/L)$, $H' = Gal(K/L')$. הוכיחו כי התנאים הבאים שקולים
 a. קיים F -איזומורפיזם של שדות $L \rightarrow L'$ σ .
 b. קיים $g \in Gal(K/F)$ כך ש- $H' = g^{-1}Hg$.
2. האם הפולינום $f(x) = 5x^5 - 100x + 10$ פתיר ע"י רדיקלים?
3. בנו את המצולע המשוכלל בן 15 צלעות (מספיק להראות שקדקד ניתן לבניה).
4. חשבו את העקבה והנורמה של כל הרחבה ריבועית $\mathbb{Q}(\sqrt{m})$.
5. הראו שהנורמה $N_{E/F} : E^* \rightarrow F^*$ היא על, כאשר E, F שדות סופיים.
6. יהי p ראשוני ונגדיר $K = \mathbb{Q}(\rho_p)$ כאשר $\rho_p = cis \frac{2\pi}{p}$. הראו שמתקיים $Tr_{K/\mathbb{Q}}(w) = -1$ אם w שורש יחידה p -י פרימיטיבי, ו $Tr_{K/\mathbb{Q}}(w) = p-1$ אם w שורש יחידה p -י שאינו פרימיטיבי.