

מבנים אלגבריים - תרגיל מספר 4

להגשה בשבוע שבין 04-08.12.2011

1.

האם תת-החבורה הציקלית הבאה סופית (מצאו מספר איברים) או אינסופיות:
 $\langle a = cis18^\circ \rangle$ ב- (C^*, \cdot) (רמז: (1) האם קיים n כך ש- $a^n = 1$? (2) משפט דה-מואבר).

2.

א. מצאו את כל תת החבורות ב- $(Z_{20}, +)$.
ב. ב- $(Z_{100}, +)$: מהם סדרי האיברים הבאים: 40, 7, 16, 29 ?

3.

א. תהי A קבוצת כל הפונקציות $f: N \rightarrow N$ (כאשר $N = \{1, 2, 3, \dots\}$).
נגדיר ב- A פעולת חיבור כדלהלן:
לכל $f, g \in A$ נגדיר את הפונקציה: $f + g: N \rightarrow N$ ע"י $(f + g)(n) := f(n) + g(n)$ לכל n ב- N .
האם $(A, +)$ חבורה למחצה? האם יש ב- $(A, +)$ איבר יחידה?
ב. האם עבור $B = \{f: Z \rightarrow Z\}$ עם פעולת החיבור מסעיף א' מתקיים ש- $(B, +)$ חבורה למחצה? מונואיד? חבורה?

4.

יהי F שדה. נגדיר: $SL_n(F) = \{ A \in GL_n(F) : \det(A) = 1 \}$ (כאשר $GL_n(F)$ היא חבורת המטריצות ההפיכות ביחס לכפל). הוכח ש- $SL_n(F) < GL_n(F)$ (כאשר הפעולה היא כפל).

בהצלחה!!!