

# תרגיל 10 – מופשטת 1

## שאלה 1

נניח ש- $\varphi: H \rightarrow G$ ,  $\psi: G \rightarrow H$  הומומורפיזמים כך ש- $\psi \circ \varphi = Id_H$ . הוכיחו:  
א.  $\varphi$  חח"ע,  $\psi$  על.  
ב.  $G = Ker(\psi) \rtimes Im(\varphi)$ .

## שאלה 2

א) תהינה  $K, Q$  חבורות.  $\theta: Q \rightarrow Aut(K)$  הומומורפיזם. הוכיחו ש- $K \rtimes_{\theta} Q$  היא חבורה.  
ב) הראו שאם  $K$  אינה אבלית או  $Q$  אינה אבלית אז  $K \rtimes_{\theta} Q$  אינה אבלית.  
ג) הראו שאם  $\theta: Q \rightarrow Aut(K)$  אינו הומומורפיזם הטריוויאלי אז  $K \rtimes_{\theta} Q$  אינה אבלית גם אם  $K$  ו- $Q$  אבליות.

## שאלה 3

רשמו את משוואת המחלקות עבור החבורות  $S_3, S_4, S_5, D_4, Q_8$ .  
למשל: משוואת המחלקות של  $D_6$  היא  $12 = 2 + 3 + 3 + 2 + 2$ .

## שאלה 4

הוכיחו שלכל הומומורפיזם  $\theta: \mathbb{Z}_2 \rightarrow Aut(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$  מתקיים  $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2) \rtimes_{\theta} \mathbb{Z}_2 \cong \mathbb{Z}_2^3$  או  $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2) \rtimes_{\theta} \mathbb{Z}_2 \cong D_4$ .

## שאלת בונוס

נתבונן בתת חבורה  $H = \langle (123), (456) \rangle \leq S_6$ .  
א) תארו את המרכז  $C_{S_6}(H)$ .  
ב) הוכיחו שמתקיים  $N_{S_6}(H) = \langle H, (56), (23), (14)(25)(36) \rangle$ .  
ג) הוכיחו שמתקיים  $N_{S_6}(H) / C_{S_6}(H) \cong D_4$ .

**בהצלחה!**