<u>הרצאה XV- מכניקה - חזרה</u>

נפתור תרגילים שנשלחו למרצה במייל: מרכז מסה $R_{CM}=\frac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i$. או בגבול הרצף $R_{CM}=\frac{1}{M}\int \vec{r}\rho(\vec{r})dv$ נשתמש בסכימה הרגילה ונפתח $R_{CM}=\frac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i m_i=\frac{1}{M}\sum[x_i\hat{x}+y_i\hat{y}+z_i\hat{z}]=\frac{1}{M}\sum_i x_i\hat{x}+\frac{1}{M}\sum_i y_i\hat{y}+\frac{1}{M}\sum_i z_i\hat{z}$ ואופן דומה באינטגרל ניתן לבטא גם $R_{CM}=\frac{1}{M}\int[x_i\hat{x}+y_i\hat{y}+z_i\hat{z}]\rho(x,y,z)dv$ ומכאן שמתקיים $R^x_{CM}=\frac{1}{M}\int x_i\rho(x,y,z)dv$.

תרגיל- מרכז מסה של קוביה: נניח קוביה עם צפיפות: $\rho(x,y,z)=\alpha x^2yz$. נביט בצירים:

$R^x_{CM}=\frac{1}{M}\int_0^L\int_0^L\int_0^L x\alpha x^2yzdxdydz$ נבצע את האינטגרציה ונקבל $R^X_{CM}=\frac{1}{M}\int_0^L\int_0^L\left[\frac{x^4}{4}\right]|_0^L=\cdots=\frac{\alpha L^8}{16M}$ אינטגרל משולש.

כעת נמצא כמה המסה שווה: $M=\int_0^L\rho(x,y,z)dxdydz=\int_0^L\alpha x^2yz\,dxdydz=\frac{\alpha y^2z^2x^3}{12}|_0^L=\frac{\alpha L^7}{12}$ נציב ונקבל כי מיקום רכיב האיקס של מרכז המסה הוא $R^X_{CM}=\frac{\alpha L^8}{16\cdot\frac{\alpha L^7}{12}}=\frac{3}{4}L$. באופן דומה ניתן לעשות לכל רכיב שהוא במערכת הצירים שלנו, לשים לב להבדלים ונקבל: $R^y_{CM}=\frac{2}{3}L$.

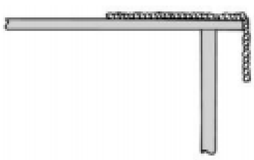
תרגיל-מרכז מסה של צינור: צינור באורך L, עובי דופן b, ורדיוס R (בהנחה והצינור היה גליל). הדופן קטנה מאוד ביחס לרדיוס . הצפיפות היא $\rho(x,y,z)=\rho_0\cos^2(\beta x)$. מטעמי סימטריה ברור שמרכז המסה יהיה על ציר הצינור. ניתן לבטא את הערכים השונים ע״י $R^x_{CM}=\frac{1}{M}\int x\,\rho(x,y,z)dv$, $R^y_{CM}=\frac{1}{M}\int ydv$ נציב ונקבל $R^x_{CM}=\frac{1}{M}\int\rho_0\cos^2(\beta x)\,x\,dv$.

שטח המעגל החיצוני הוא (טבעת הצינור) $V_s=[\pi R^2-\pi(R-b)^2]dx$ ואז $V_s\approx 2\pi Rbdx$ והמסה ניתן להצגה ע״י $M_s\approx 2\pi Rb\rho_0\cos^2(\beta x)\,dx$. לכן: $M=\int_0^L 2\pi Rb\rho_0\overbrace{\cos^2(\beta x)}^{\frac{1}{2}(1+cos2\beta x)}dx=\pi Rb\rho_0\left[L+\frac{sin2\beta x}{2\beta}|_0^L\right]=L+\frac{sin2\beta L}{2\beta}$.

נקבל כי לאחר הצבה מתקיים $R^x_{CM}=\frac{\pi R\rho_0 b}{2M}[L^2+\frac{L}{\beta}\sin 2\beta L+\frac{1}{2\beta^2}\cos 2\beta L-\frac{1}{2\beta^2}]$.

תרגיל-תנע קווי: N אנשים שכל אחד מסתו m קופצים מעגלה בעלת מסה M במהירות U. מתקיים $-NmU+Mv=0$ ולכן $V=\frac{NmU}{M}$ לאחר שכולם קפצו כבר מהעגלה. התנע ההתחלתי הוא $P=(M+Nm)V_A$ ולאחר שאחד קופץ מתקיים כי התנע הוא $P'=[M+(n-1)m]V_B+m[V_A-U]$. מאחר והשינוי בתנע הוא אפס, אפשר להשוות בין המשוואות שרשמנו ונקבל $[M+(n-1)m]V_B+m[V_A-U]=(M+Nm)V_A$ נעביר אגפים בין המשוואות ונקבל כי מתקיים $\left(\overbrace{V_B-V_A}^{\Delta V}\right)[M+Nm]=m\left(\overbrace{V_B-V_A}^{\Delta V}\right)+mU$ ונדובר לקבל $\Delta V_1=\frac{mU}{M+(N-1)m}$ אפשר להכליל למקרה בו n קופצים ולקבל $\Delta V_n=\frac{mU}{M+(N-n)m}$ ואם כל אחד קפץ אחרי השני מתקיים $V=mU[\frac{1}{M+(N-1)m}+\frac{1}{M+(N-2)m}+\cdots]$ והשאלה הגדולה היא, מתי המהירות החדשה תהיה יותר גדולה? כשכולם קופצים יחד? או כשהם קופצים אחד אחרי השני? התשובה היא שכאשר כולם קופצים ביחד המהירות גדולה יותר.

תרגיל-חבל שמחליק מהשולחן מתרגע הבית:



2*. חבל בעל אורך L ומסה M מונח על שולחן חסר חיכוך, כשהקצה, באורך a נשמט מחוץ לשולחן. מצאו את מהירות החלקה כל החבל מהשולחן למטה, בהשפעת הכבידה.

ישנם שתי דרכים לפתרון הבעיה. אחד דרך כוחות ואחת דרך תנע-נסמן את האורך ההתחחלתי Z_0. $F_g = M\frac{z}{L}g = M\ddot{z}$ הוא הכח הפועל. מתקיים $\ddot{Z} = z\frac{g}{L}$. $z = Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}$ וניתן לבודד ולקבל $\alpha = \sqrt{g/L}$ ונקבל ע"י הצבת הנתונים ההתחלתיים כי מתקיים $z = \frac{Z_0}{2}e^{\sqrt{g/L}t} + \frac{Z_0}{2}e^{-\sqrt{g/L}t}$.

קיימת גם דרך עם התנע: $\Delta p = F\Delta t$. מוזמנים לשלוח לי ואוסיף):