

\*יש לנמק היטב את התשובות לכל השאלות

\*שימו לב, פיתרון שאלה נוספת בחלק השני נחשב כבונוס.

חלק ראשון: ציטוט הגדרות ומשפטים: (30 נק')

1. צטט/י את הגדרת גבול של סדרה
  2. צטט/י את שלילת הגבול של סדרה
- בחרי/י 4 מן 7 הסעיפים הבאים:
3. צטט/י את ההגדרה של סדרת קושי
  4. צטט/י את משפט בולצאנו-וירשטראס לגבי נקודות הצטברות
  5. צטט/י את למת קנטור
  6. צטט/י את ההגדרה של טור מתכנס, מתכנס בהחלט, וטור מתכנס בתנאי
  7. צטט/י את אקסיומת השלימות
  8. צטט/י את מבחן קושי להתכנסות טורים
  9. צטט/י את משפט לייבניץ

חלק שני: תרגילים

בחרי/י 2 מבין 3 השאלות הבאות:

10. (17 נק') יהיו  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  קבוצות לא ריקות כך שלכל  $a \in A$  ולכל  $b \in B$  מתקיים  $a \leq b$ . הוכחי/י ש  $\sup A \leq \inf B$

11. (17 נק') תהי הסדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה  $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ , ונתון  $a_1 = c > 0$

- a. עבור אילו ערכי  $c$  הסדרה מונוטונית עולה? יורדת?
- b. עבור אילו ערכי  $c$  הסדרה מתכנסת?
- c. מה גבול הסדרה עבור ערכי  $c$  מהסעיף הקודם?

12. (17 נק') נתונים טורים  $\sum a_n^2$  ו  $\sum b_n^2$  מתכנסים. הוכח  $\sum a_n b_n$  מתכנס (שימו לב להבדל הקטן מתרגיל הבית)

חלק שלישי: גבולות של סדרות והתכנסות טורים:

מצא/י את הגבולות הבאים: (18 נק')

$$13. a_n = \frac{3^n}{2^{(n^2)}} \quad 14. a_n = \frac{\sin\left(\frac{n}{\pi}\right)}{n} \quad 15. a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n^2 + \frac{1}{2}, \text{ נתון ש } a_n \text{ מתכנסת.}$$

קבע/י לגבי 3 מתוך 4 הטורים הבאים האם הם מתכנסים בהחלט, בתנאי או מתבדרים: (18 נק')

$$16. \sum \frac{(-1)^n}{n} \quad 17. \sum \frac{e^3 \cdot n^3}{(\ln 3)^n} \quad 18. \sum \frac{n!}{(-2)^n} \quad 19. \sum \frac{\sin(n!)}{n^2}$$