

תרגיל 4

תרגיל 1. מצאו פתרון כללי למשוואות הבאות:

$$1. y'' - y'y = 0$$

$$2. y^2 y'' - 2(y')^3 = 0$$

$$3. (y'')^2 + (y')^2 = 1$$

$$4. y'' - \left(2x + \frac{1}{x}\right) y' = 0$$

$$5. xy'' - 4y' = 3x^2$$

תרגיל 2. מצאו פתרון פרטו למשוואות הבאות עם תנאי התחלה הבאים:

$$1. (1-x)y'' + 2(1-x)y' = 0, \text{ כאשר } y'(0) = 2, y(0) = 2$$

$$2. \cos(x)y'' + \sin(x)y' = 1, \text{ עם תנאי התחלה } y(\pi) = 0, y(0) = 2$$

תרגיל 3. מצאו, עבור כל אחת מהמשוואות הבאות, בעזרת פתרון נתון y_1 , פתרון נוסף y_2 והראו שהפתרון הכללי של המשוואה הוא מהצורה $c_1 y_1 + c_2 y_2$ על ידי חישוב הורונסקיאן.

$$1. y_1 = (1-x)^3 \text{ עבור המשוואה}$$

$$(1-x)^2 y'' + (1-x)y' - 3y = 0$$

$$2. y_1 = x^2 \text{ עבור המשוואה:}$$

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$$

תרגיל 4. ידוע ש, xe^x הוא פתרון של המשוואה ההומוגנית:

$$xy'' - xy' - y = 0$$

מצאו פתרון פרטי למשוואה הנתונה המקיים: $y(1) = 1, y'(1) = 0$.

תרגיל 5. עבור כל זוג של פונקציות, חשבו את הורונסקיאן שלהן ומצאו את הנקודות בהן הוא מתאפס, במידה ויש כאלה.

$$1. y_1 = x, y_2 = x^2$$

$$.y_1 = \cos x, y_2 = \sin x \quad .2$$

$$.y_1 = 1 + x, y_2 = \sin x \quad .3$$

תרגיל 6. מצאו פתרון כללי של כל אחת מהמשוואות הבאות:

$$.y'' - 4y' - 5 = 0 \quad .1$$

$$.y'' + 9y' + 25 = 0 \quad .2$$

$$.y'' - 16y = 0 \quad .3$$

$$.y'' - y' - 2y = x^2 \quad .4$$

$$.y'' - 8y' = \cos x \quad .5$$

$$.y'' + 6y' + 13y = e^{2x} \cos 3x \quad .6$$

תרגיל 7. מצאו פתרון פרטי בהינתן תנאי התחלה הבאים:

$$.y' = 0, y(0) = 4, y'' + 4y = e^{2x} \quad .1$$

$$.y(0) = 1, y(1) = 1, y'' - 6y + 5 = x^2 \cos x \quad .2$$