

## לינארית 1 בוחן קיץ 2019

מרצים: אלעד אטיא, אחיה בר-און, אליהו מצרי, ארוז שיינר.  
מתרגלים: רועי אבל, ניקול בלשוב, עדי בן צבי, תמר בר-און, אריאל ויצמן, עוזי חרוש, פולינה לוצקר, אושרית שטוסל.

**חובה לענות על השאלה בחלק 1.**

**יש לבחור שאלה אחת בדיוק מבין השאלות של חלק 2.**

משקל כל סעיף 20 נקודות.

בהצלחה!

### חלק 1 - ענו על השאלה הבאה:

1. הוכיחו/ הפריכו את הטענות הבאות:

(א) תהי  $A$  מטריצה ריבועית שמקיימת:  $A^4 + A^3 + A$  הפיכה. אזי  $A^3$  הפיכה.

(ב) תהי  $A \in \mathbb{F}^{m \times n}$  ווקטור  $b \in \mathbb{F}^n$  כך שלמערכת  $Ax = b$  אין פתרון. אזי גם למערכת  $Ax = 2b$  אין פתרון.

(ג) תהי  $A \in \mathbb{F}^{m \times n}$  מטריצה, כך ש  $U$  היא הצורה הקנונית שלה. אזי  $m - 1$  השורות הראשונות של  $U$  היא הצורה הקנונית של  $m - 1$  השורות הראשונות של  $A$ .

### חלק 2 - ענו על שאלה אחת מתוך השתיים הבאות:

1. תהי  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ . נגדיר  $W = \{B \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid BA = AB\}$ .

(א) הוכיחו ש  $W$  הוא תת מרחב של  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

(ב) מצאו מטריצות  $C, D \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  כך ש:  $W = \{tC + sD \mid t, s \in \mathbb{R}\}$ .

2. קבעו לאילו ערכי  $k \in \mathbb{R}$  למשוואות הבאות יש פתרון יחיד/ אין פתרון/ יש אינסוף פתרונות:

(א)

$$\begin{pmatrix} k & k \\ -1 & -k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$$

(ב)

$$\begin{pmatrix} k & k \\ -1 & -k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k & k \end{pmatrix}$$