<u>תרגיל בית 5</u>

<u>שאלה 1</u>

נתונים $B_1=\{1+x,1-x^2,-x+x^2\}$, $B_2=\{1+x,x+x^2,1+x^2\}$ בסיסים של $P_2[x]$.

א. מצאו את וקטורי הקואורדינאטות של איברי הבסיס B_1 לפי הבסיס B_2 (במילים אחרות – מטריצת המעבר מ B_1 ל- B_2 .

ב. נתון וקטור v כך ש $[v]_{B_1}=(1,2,1)$. מצאו את $[v]_{B_2}$.

<u>שאלה 2</u>

יהא $V=\mathbb{R}^2$, עם הבסיסים $B=\{(4,5),(1,0)\}$, $C=\{(1,1),(2,3)\}$.

מצא את המטריצה P המקיימת $P[v]_B=[v]_C$.

<u>שאלה 3</u>

יהיו $A,B\in F^{m\times n}$ הוכח:

א. $rank(A+B)\le rank(A)+rank(B)$

ב. לכל $0\neq\alpha\in F$ מתקיים: $rank(A+\alpha B)\ge |rank(A)-rank(B)|$.

<u>שאלה 4</u>

תהיי $A\in F^{n\times n}$ הוכח שהתנאים הבאים שקולים:

א. A אינה הפיכה.

ב. עמודות A תלויות לינארית.

ג. $rank(A)<n$.

ד. שורות A תלויות לינארית.

ה. קיים $b\in F^n$ כך שלמערכת $Ax=b$ אין פתרון.

ו. למערכת ההומוגנית $Ax=0$ יש פתרון לא טריוויאלי.

<u>שאלה 5</u>

יהיו $b=\begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\\-2\end{pmatrix}, A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&10&11&12\\13&14&15&16\end{pmatrix}$ מעל $\mathbb{R}$.

א. דרג את המטריצה המצומצמת A ואת המורחבת $(A|b)$

ב. מהם $rank(A),rank(A|b)$? האם למערכת $Ax=b$ יש פתרון?

ג. מהו מימד מרחב הפתרונות של המערכת $Ax=0$?

ד. מצא בסיס ל $Null(A)$

ה. מצא פתרון כללי למערכת $Ax=b$.

<u>שאלה 6</u>

א. חשב את הדטרמיננטה של $\begin{pmatrix} 1 & i & 1+i \\ -i & 1 & 0 \\ 1-i & 0 & 1 \end{pmatrix}$ מעל $\mathbb{C}$.

ב. יהיו $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ שלא כולם שווים ל 0. הוכח שהמטריצה $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & -a & d & -c \\ c & -d & -a & b \\ d & c & -b & -a \end{pmatrix}$ הפיכה.

<u>שאלה 7</u>

א. הוכח כי לכל $A \in F^{n\times n}$ ו $\alpha \in F$ מתקיים $\det(\alpha A) = \alpha^n \det(A)$.

ב. יהי $n \in \mathbb{N}$ אי-זוגי ותהיי $A \in F^{n\times n}$ אנטי סימטרית. הוכח שאם $char(F) \neq 2$ אזי מתקיים $\det(A) = 0$ לכל A . הסבר מדוע זה לא נכון כאשר $char(F) = 2$.

<u>שאלה 8</u>

חשב את הדרטמיננטה של המטריצה $\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \iddots & \iddots & 0 \\ 0 & \iddots & \iddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}$.