

אלגברה לינארית למורים (88-613)
 סמסטר ב'- מועד ב'
 ד"ר מיטל (אליהו) רובינסון.

מתרגל: אביה וידברג.

זמן הבחינה : 3 שעות תכננו את הזמן כהלכה!!

מותר להשתמש במחשבוניו מדעיים פשוטים בלבד.
 ניתן לצבור בבחינה 110 נקודות אולם הציון הסופי לא יעלה על 100.

בסוף הבחינה יש דפים נוספים לשימושכם.

הערה: כל המרחבים הוקטוריים בבחינה הם ממימד סופי.

בהצלחה!

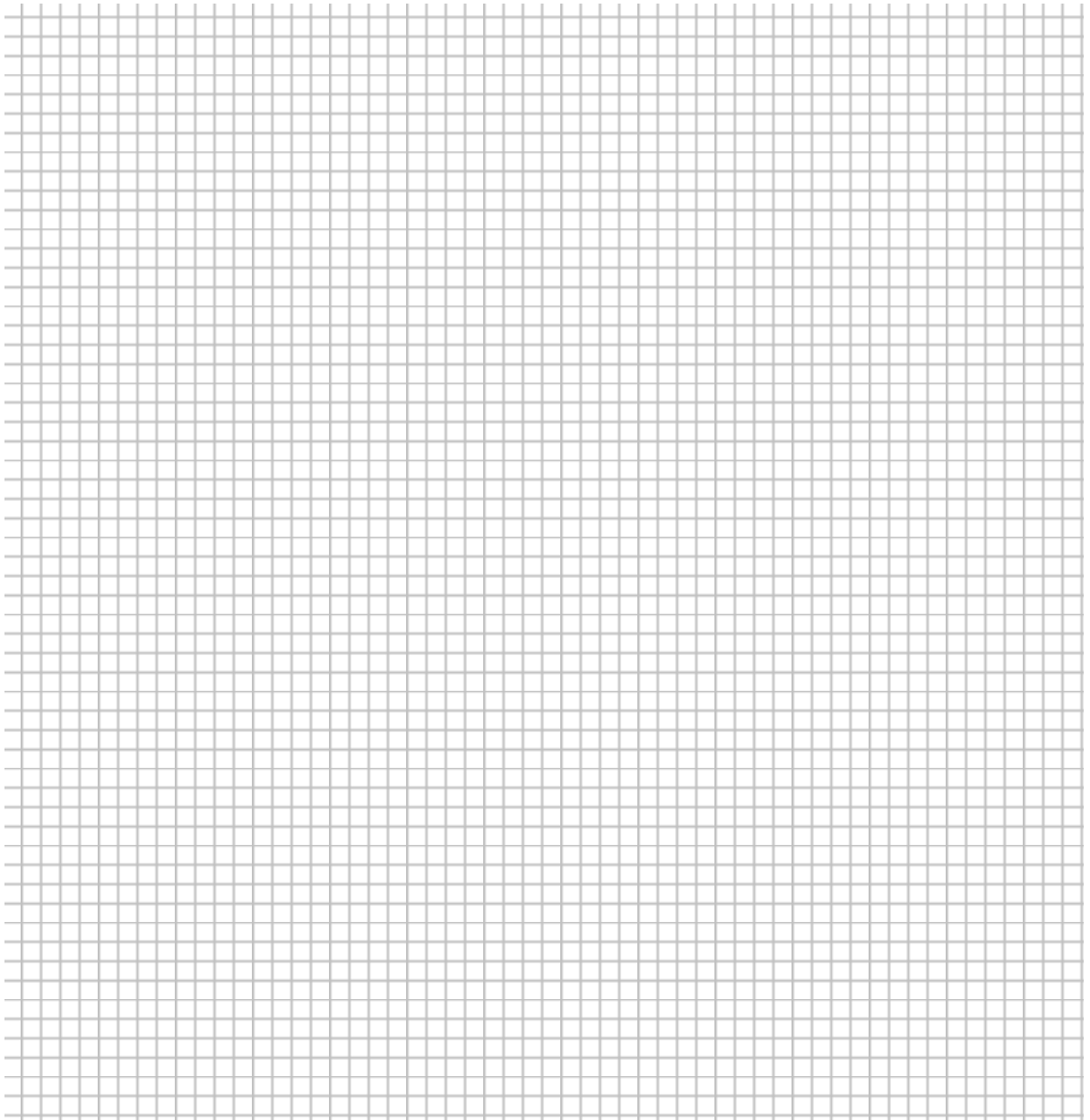
שאלה	ניקוד
הוכחות: שאלות 1-2	
3	
4	
5	
6	
סה"כ	

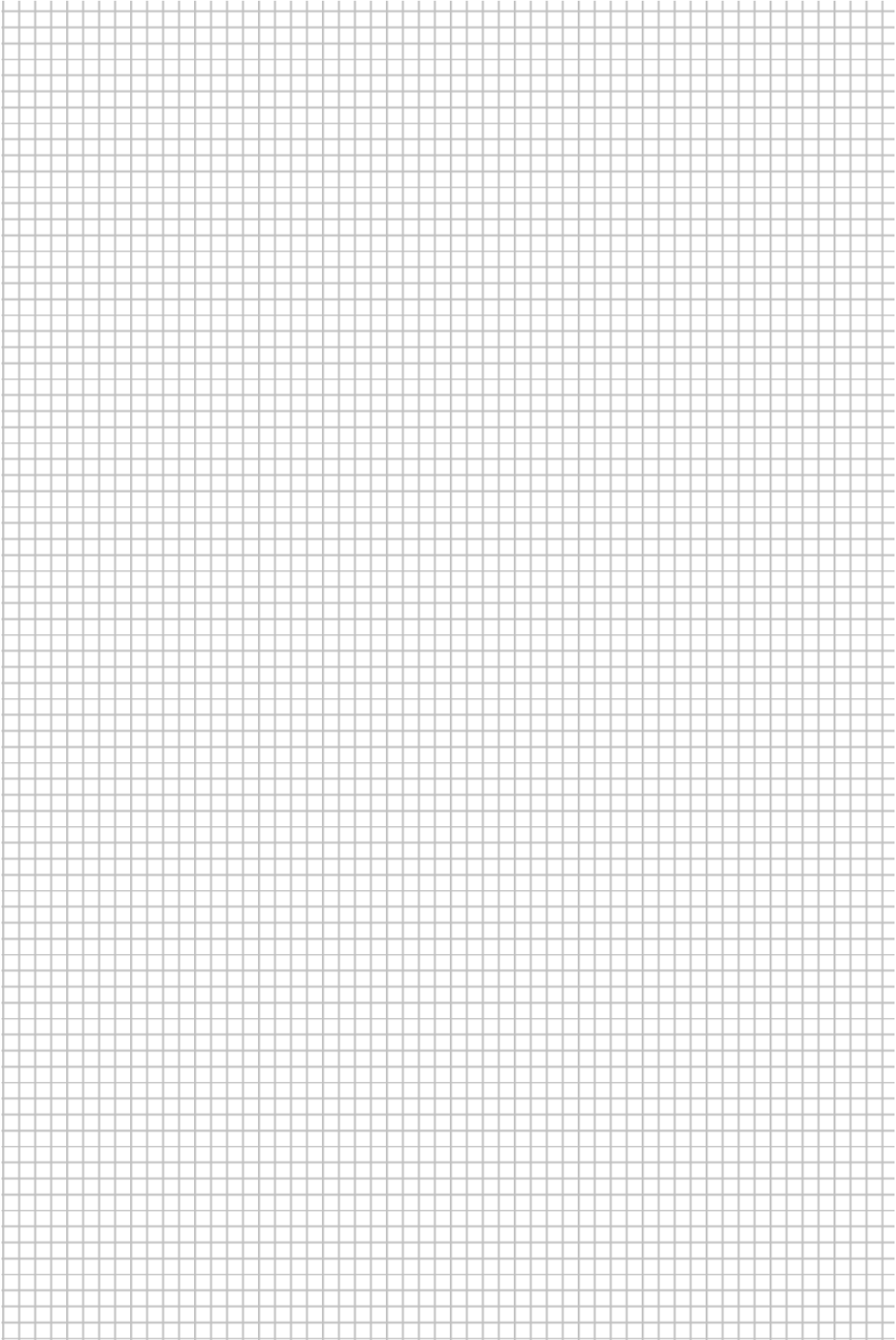
חלק א' – הוכחות

ענו על **אחת** מהשאלות הבאות :

1. הוכיחו : $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ הפיכה משמאל/מימין אזי A הפיכה.

2. הוכיחו את משפט השקולים.





חלק ב' - שאלות3. אין קשר בין הסעיפים:

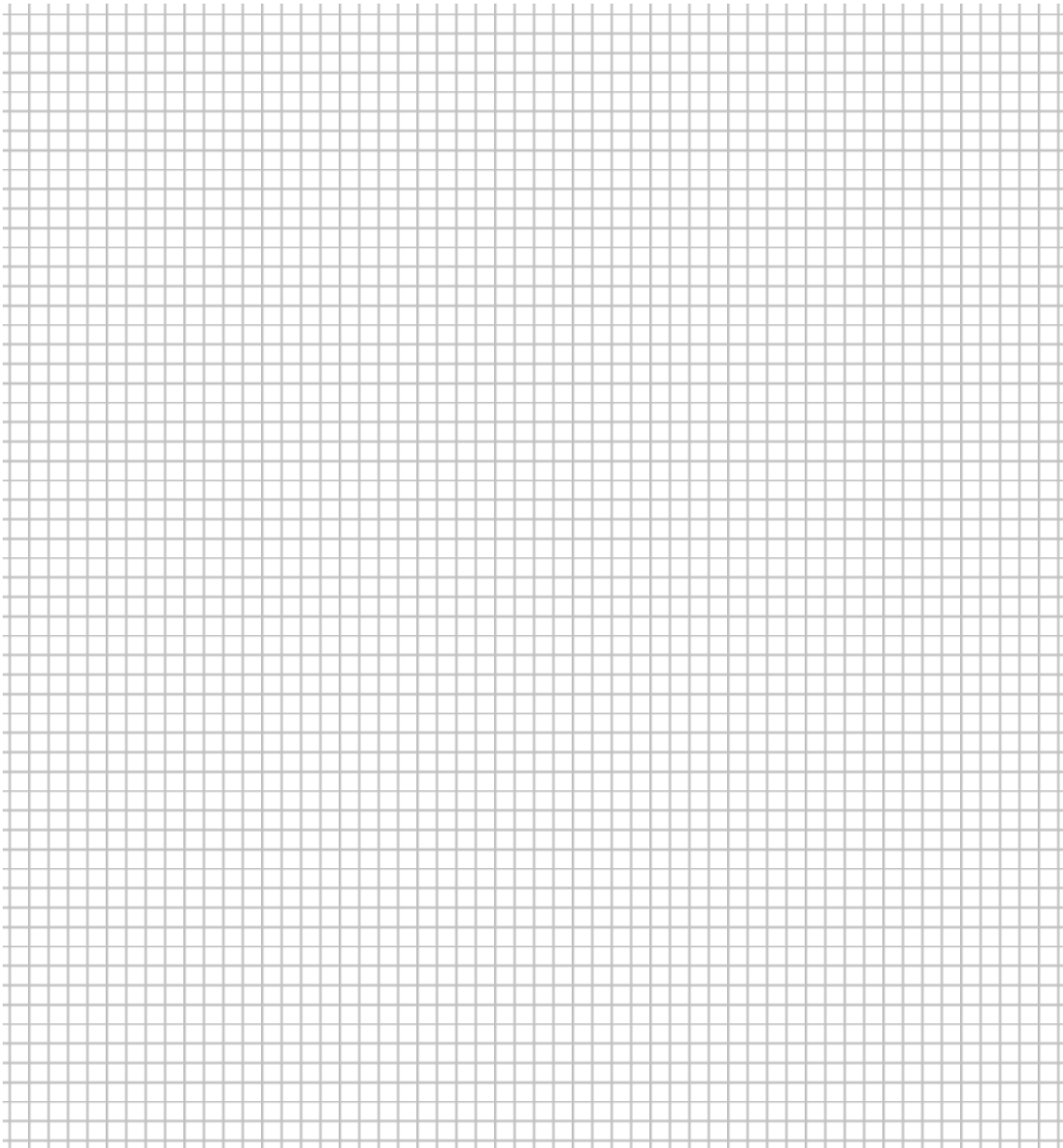
א. מצאו את כל המס' המרוכבים $z \in \mathbb{C}$ המקיימים $z = (\bar{z})^2$. (8)

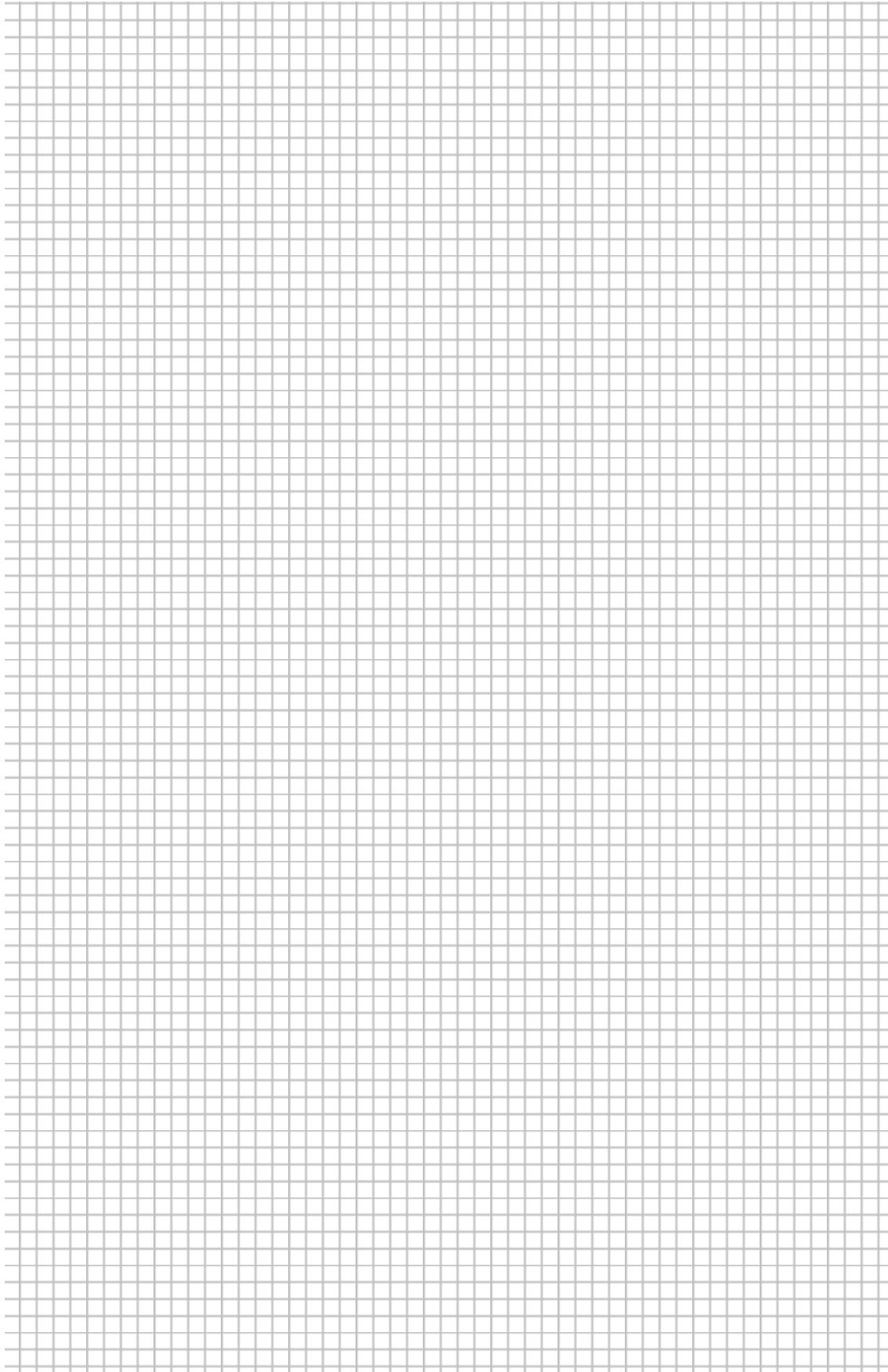
$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$$

ב. מצאו לאילו ערכים של k למערכת

יש:

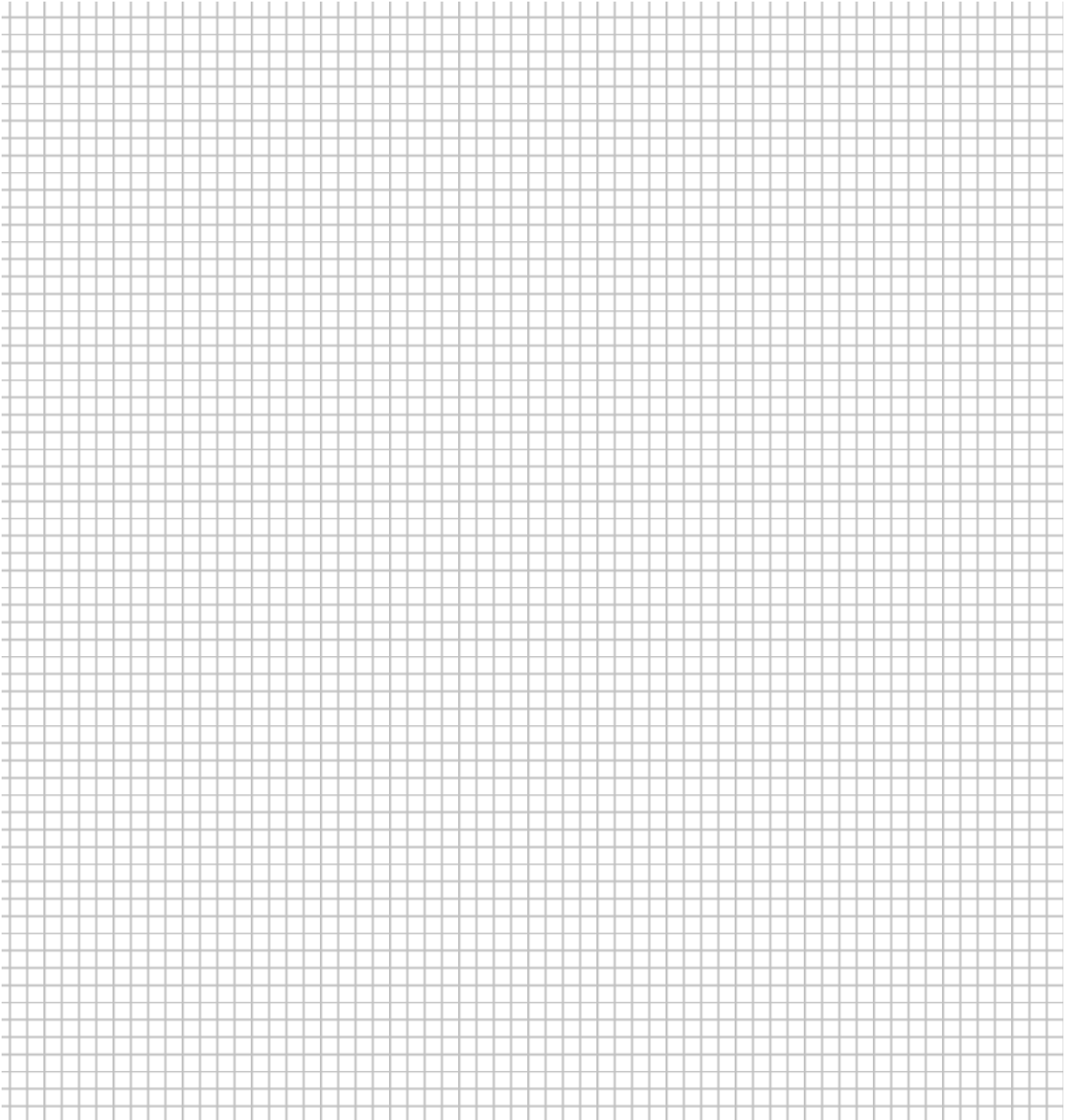
- i. פתרון יחיד
- ii. א"ס פתרונות.
- iii. אין פתרון.

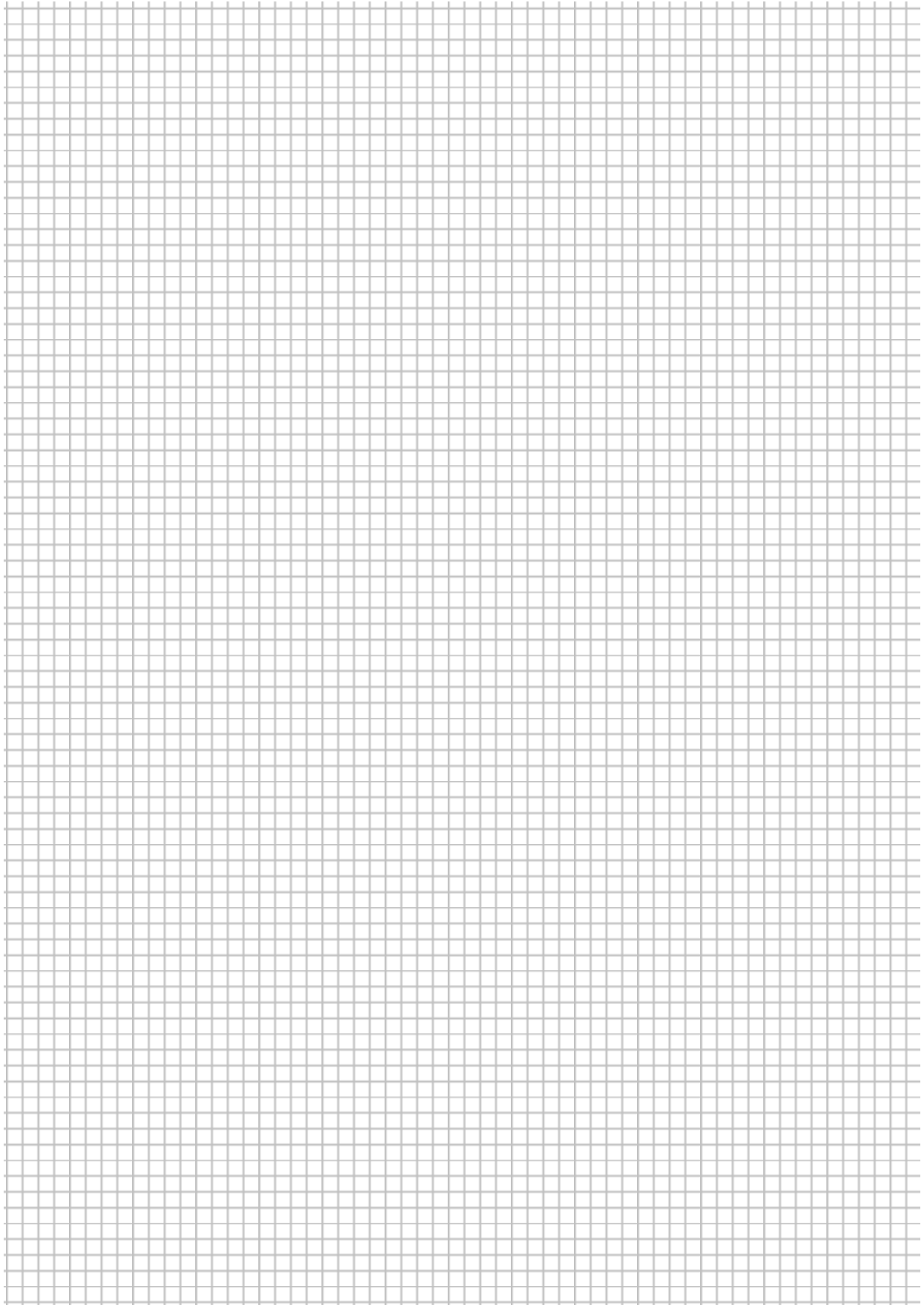




4. נתונה המטריצה: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

- א. מצאו בסיס ומימד לתתי המרחבים: $N(A)$, $C(A) \cap R(A)$. (15)
- ב. הסבירו לפי א': האם A הפיכה? (7)
- ג. מצאו מיהו המרחב הניצב: $(\text{span}\{N(A), C(A) \cap R(A)\})^\perp$. (8)



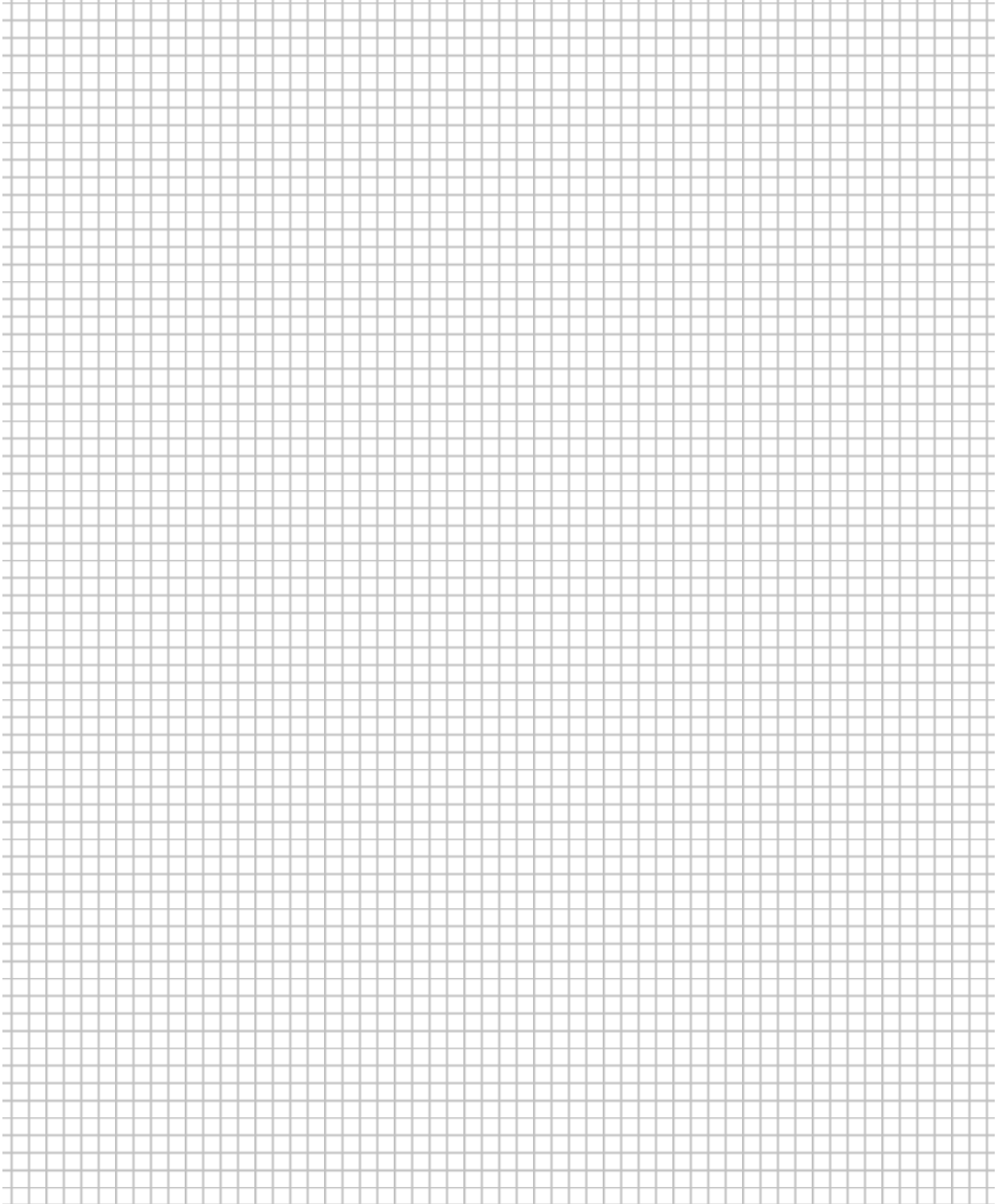


5. יהי $B = \{v_1^{\mathbf{u}}, \dots, v_n^{\mathbf{u}}\}$ בסיס של מרחב וקטורי V מעל שדה F .

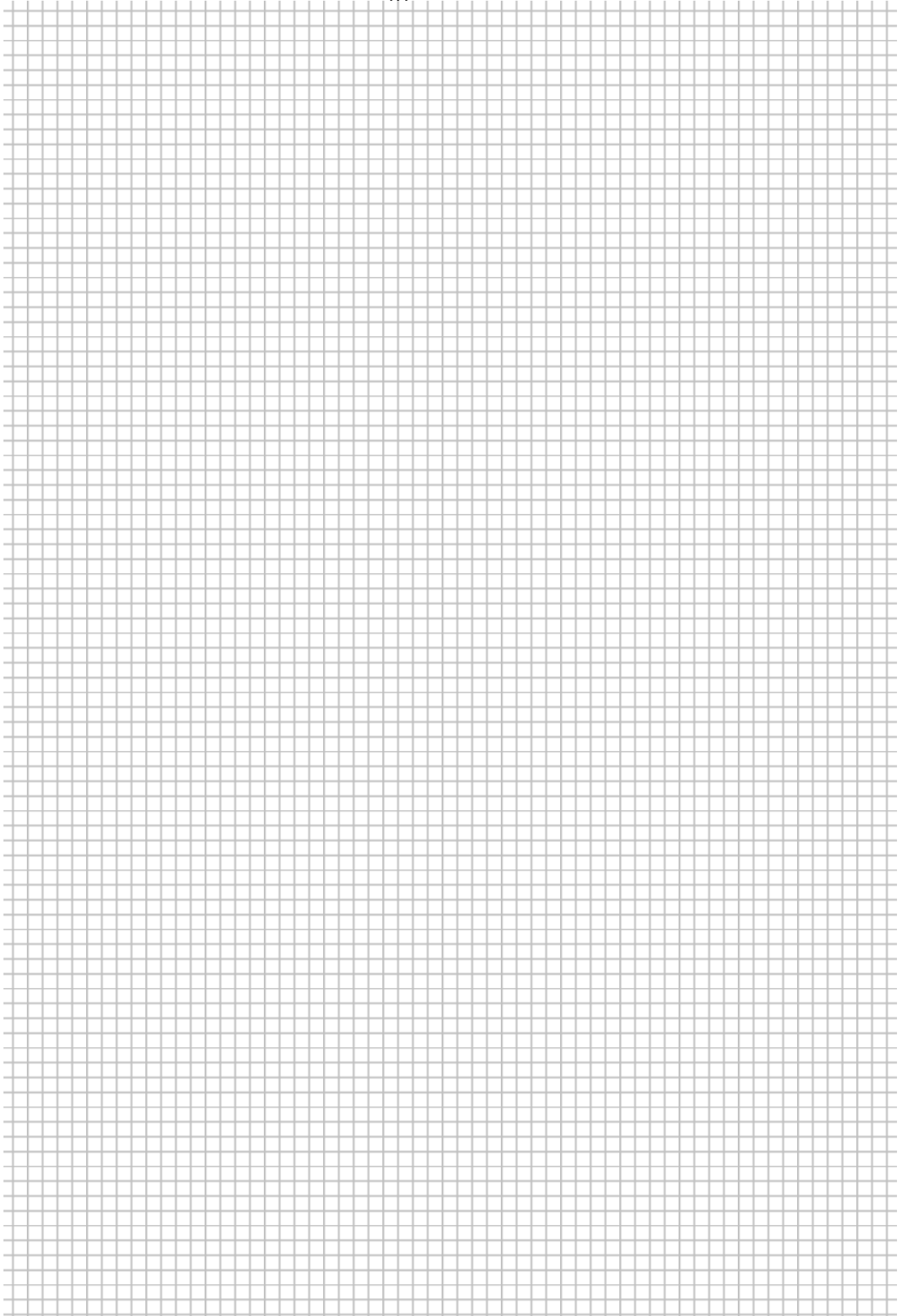
א. הוכיחו כי לכל וקטור $v \in V$ קיימת הצגה יחידה: $v = \alpha_1 v_1^{\mathbf{u}} + \alpha_2 v_2^{\mathbf{u}} + \dots + \alpha_n v_n^{\mathbf{u}}$

(ז"א שיש רק אופציה אחת לבחור את הסקלרים $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in F$) (10)

ב. תהי $A \in F^{n \times n}$ מטריצה הפיכה. הוכיחו שגם $v_1 - v_2, v_2, \dots, v_n$ הוא בסיס של V . (10)



המשך תשובה...

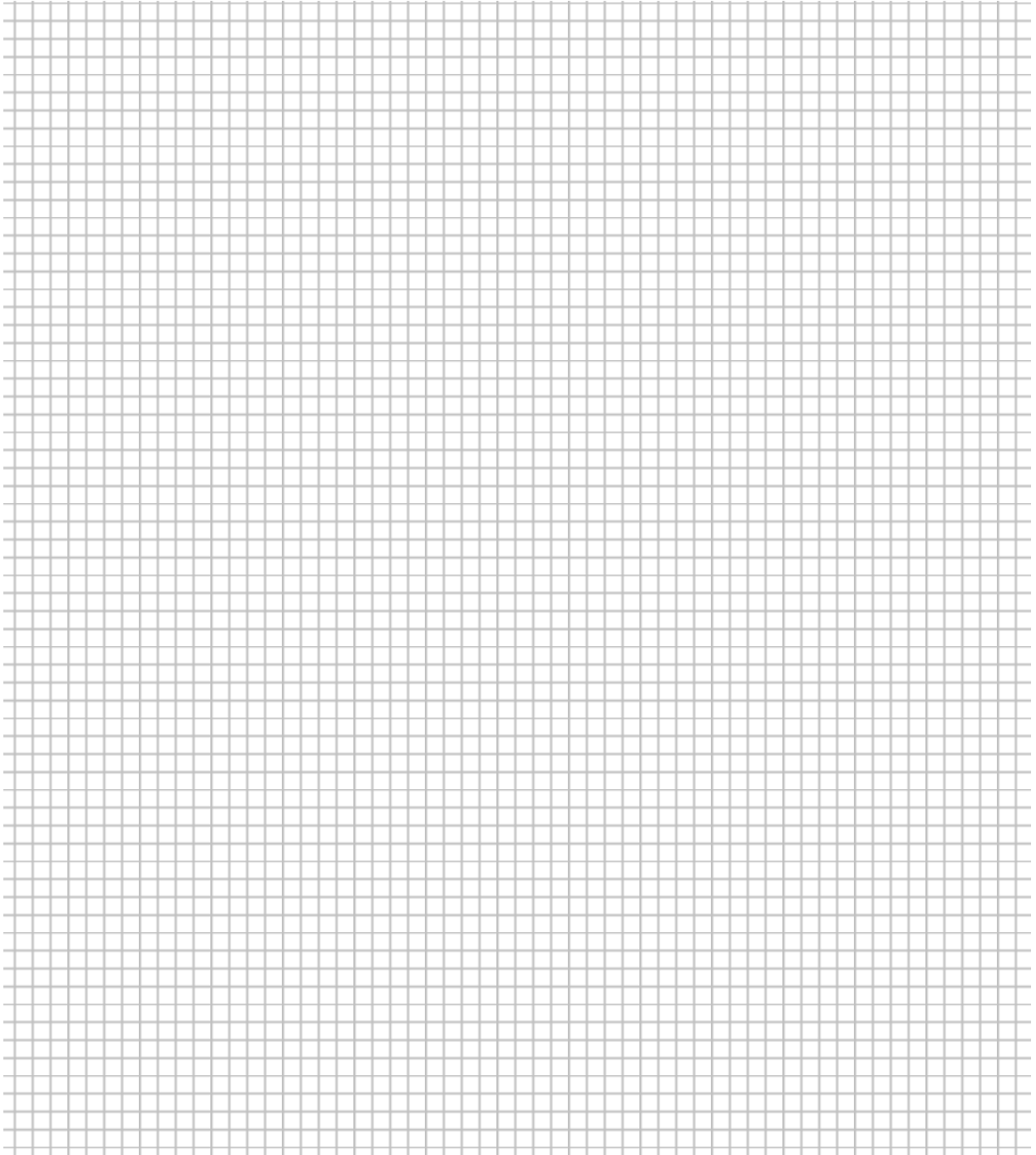


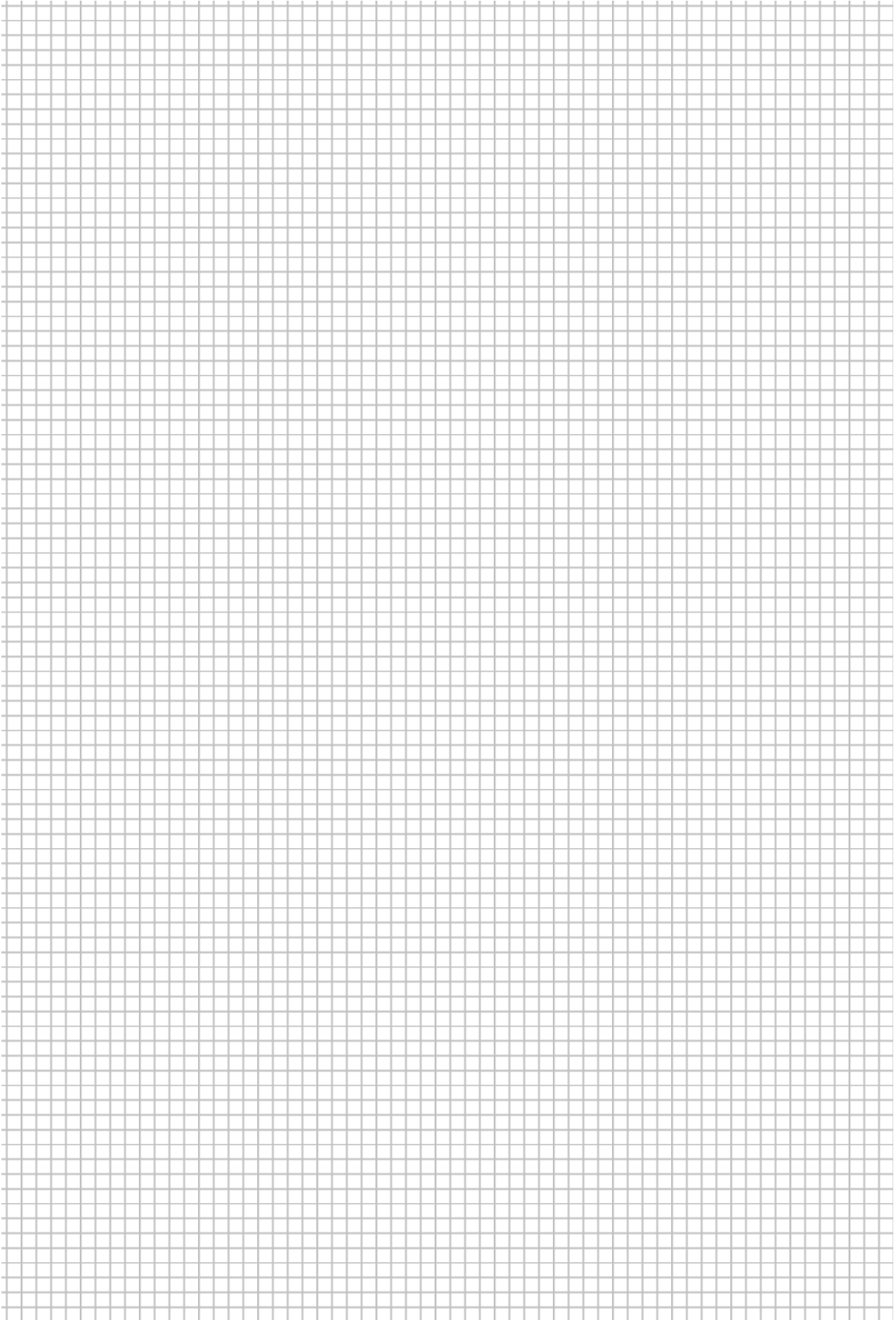
6. אין קשר בין הסעיפים!

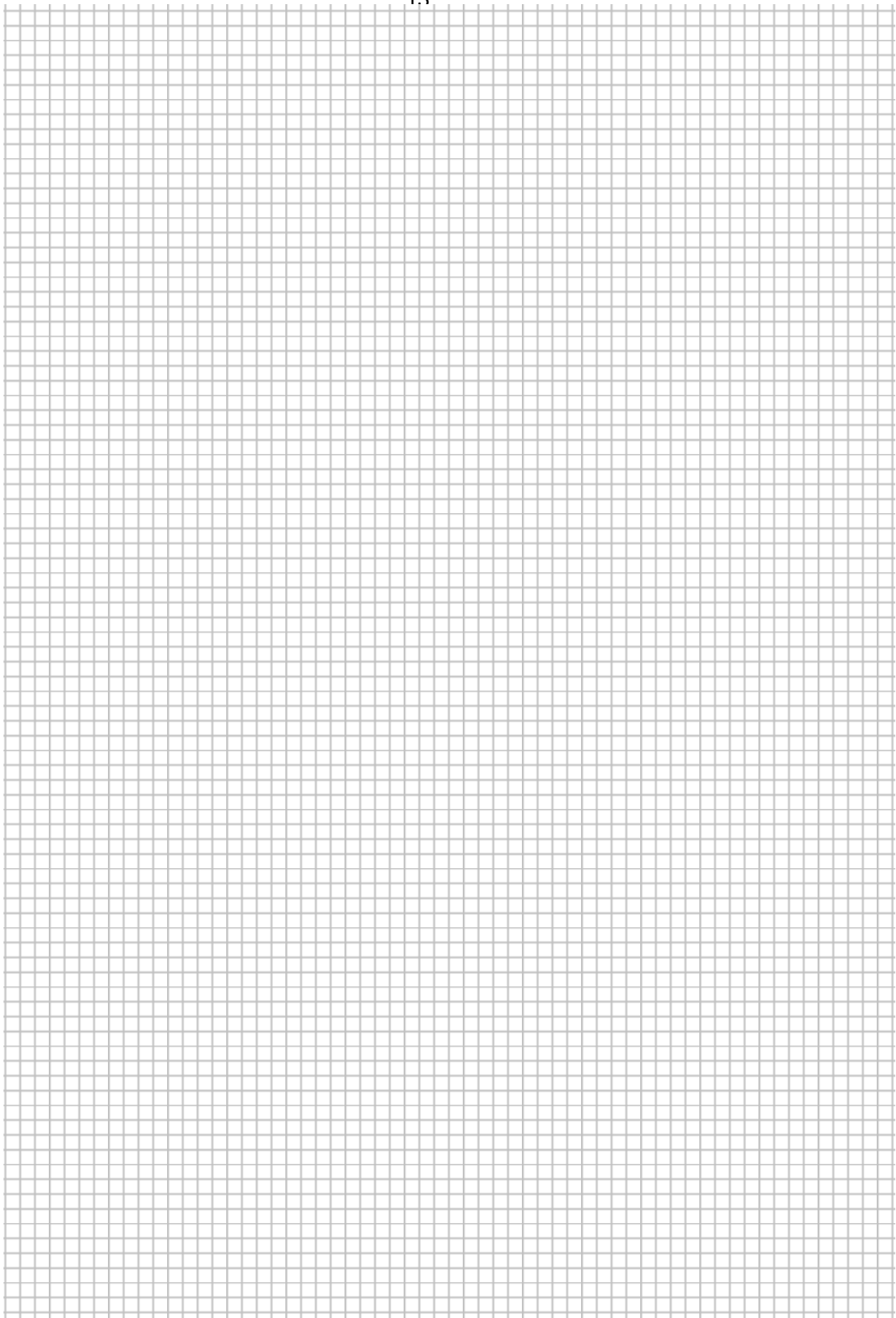
ג. הוכיחו כי לכל מ"ו V מעל F עם מכפלה פנימית מתקיים $V^\perp = \{0\}$ (10)

ד. האם קיימת מטריצה $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ כך ש $C(A) = sp\{(2, -1, 1)\}$, $R(A) = sp\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}\right\}$

? אם כן, תנו דוגמה למטריצה כזו. אם לא, הסבירו מדוע לא קיימת מטריצה כזו.
(10)







המשך תשובה ____

המשך תשובה ____