# אלגברה מופשטת 3 – תרגיל 1

1. בדקו האם הפולינומים הבאים אי-פריקים ב$\mathbb{Q}[x]$
   א. $3x^2-7x-5$
   ב. $6x^3-3x-18$
   ג. $x^3-7x+1$
   ד. $x^3-9x-9$
   ה. $x^4+4x^3+6x^2+2x+1$

הערה: זכרו שעבור פולינומים עם מקדמים ב $\mathbb{Z}$ שהם פרימיטיביים ניתן לבדוק גם את אי-הפריקות מעל $\mathbb{Z}[x]$.

2. יהי $F$ שדה. הראו ש $a_nx^n+...+a_1x+a_0$ אי-פריק ב $F[x]$ אם ורק אם $a_n+a_{n-1}x+...+a_1x^{n-1}+a_0x^n$ אי פריק ב $F[x]$.
3. יהי $c\in F$ איבר בשדה. הראו ש $p(x)\in F[x]$ אי-פריק אם ורק אם $p(x+c)\in F[x]$ אי-פריק.
4. מצאו את ה gcd של $f(x)=x^3-2x^2+1, g(x)=x^2-x-3$ מעל $\mathbb{Q}[x]$ והציגו אותו כצירוף לינארי של $f(x),g(x)$.
5. הראו שלכל $f(x)\in\mathbb{F}_p[x]$ מתקיים $(f(x))^p=f(x^p)$ (רמז: משפט פרמה $a^p\equiv a \pmod p$).
6. מצאו בסיס $B=\{v_0,...,v_n\}$ (מהו $n$?) של $F[x]/<x^4+2x+1>$ כמ"ו מעל $F$, והציגו את כל המכפלות $v_iv_j$ כצירופים לינאריים של אברי $B$.

שאלת בונוס: הראו שהפולינום $x^n+5x^{n-1}+3$ אי-פריק ב $\mathbb{Q}[x]$ לכל $n>1$.