

## תרגיל 3 אינפי 4

**תרגיל 3.1.** עבור כל אחת מהתבניות הבאות קבע אם היא מדוייקת בתחום הנתון. במידה וכן, מצא את פונקציית הפוטנציאל של השדה המתאים.

1.  $\omega(x, y) = e^{x-y} (1 + x + y) dx + e^{x-y} (1 - x - y) dy$  בכל  $\mathbb{R}^2$ .

2.  $\omega(x, y) = \frac{y^2}{1+x^2+y^2} dx + \frac{y}{1+x^2+y^2} dy$  בכל  $\mathbb{R}^2$ .

3.  $\omega(x, y) = -\frac{y^2}{(x-y)^2} dx + \frac{x^2}{(x-y)^2} dy$  ב  $\{(x, y) : x > y\}$ .

4.  $\omega(x, y) = \frac{2y}{(x+y)} dx - \frac{2x}{(x+y)} dy$ .

**תרגיל 3.2.** האם התבנית

$$\omega(x, y) = \frac{(x-y)}{x^2+y^2} dx + \frac{(x+y)}{x^2+y^2} dy$$

מדוייקת על  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ ? במידה וכן, מצאו את הפוטנציאל של השדה המתאים.

**תרגיל 3.3.** חשבו את האינטגרלים הבאים.

1.  $\int_{\Gamma} \frac{x}{x^2+y^2} dx + \frac{y}{x^2+y^2} dy$  כאשר  $\Gamma$  היא השפה של הריבוע  $ABCD$

$$A = (1, 0), B = (0, 1), C = (-1, 0), D = (0, -1)$$

נגד כיוון השעון.

2.  $\int_{\Gamma} -\frac{y}{x^2+y^2} dx + \frac{x}{x^2+y^2} dy$  כאשר  $\Gamma = \{(x, y) : (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1\}$  נגד כיוון השעון.

3.  $\int_{\Gamma} y^3 z^2 dx + (x^2 + y^2 + z^2) dy + z dz$  כאשר

$$\Gamma = \{(x, y, z) : y^2 + z^2 = 4, x = 0, z < 0\}$$

4.  $\int_{\Gamma} x^2 dx + y^2 dy$  כאשר  $\Gamma = \{(x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$  נגד כיוון השעון.

**תרגיל 3.4.** הוכיחו שאם  $\|F(x)\| \leq M$  עבור שדה  $F$ , פשוטה, אזי לכל פרמטריזציה  $\gamma$  של  $\Gamma$  מתקיים

$$\left| \int_{\Gamma} F \cdot d\gamma \right| \leq ML(\Gamma)$$