

אלגברה מופשטת 3 – תרגיל 9

1. חשבו את התאמת גלואה (חבורת גלואה, שדות ביניים, שדות ביניים שהן הרחבות גלואה של \mathbb{Q}) של הפולינום $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$.
2. הראו שמתקיים $\alpha + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^8 = 1$ וגם $\alpha^{15} = 1$ כאשר α שורש של הפולינום $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$.
3. תהי $\varphi(n)$ פונקצית אוילר. הראו (ללא שימוש בנוסחאות הספירה המדויקות – אותן נראה בתרגול בפעם הבאה) שיש לפחות $\frac{\varphi(p^t - 1)}{t}$ פולינומים אי-פריקים מעל \mathbb{Z}_p מדרגה t .
4. חשבו את Φ_{18} .
5. יהיו $\sigma(t) = \rho_3 t$, $\tau(t) = \frac{1}{t}$ אוטומורפיזמים של $\mathbb{C}(t)$. הראו ש $\mathbb{C}(t)^G = \mathbb{C}(t^3 + t^{-3})$, כאשר $G = \langle \sigma, \tau \rangle$.