

חשבון אינפי 1

תרגיל 9

1. סווגו את כל נקודות אי הרציפות של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \begin{cases} x-5 & x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} & x > 1 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = x \cos \frac{1}{x} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{5x} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x - 1} \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4} \quad \text{ז.}$$

$$f(x) = \sin(\ln x^2) \quad \text{ח.}$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{\sin x}} \quad \text{ט.}$$

2. מצאו (אם ניתן) את ערכו של הפרמטר a כך שהפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} 5x+2 & x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+ax^2} - \cos x}{x^2} & x > 0 \end{cases}$$

תהיה רציפה.

3. הוכיחו, כי אם $f(x)$ רציפה בקטע $[a, b]$ ולכל $q \in \mathbb{Q}$ כך ש- $a \leq q \leq b$ מתקיים $f(q) = 0$,

אזי $f(x) \equiv 0$ ב- $[a, b]$.

4. תהיינה f, g פונקציות המוגדרות בסביבת הנקודה x_0 וכן $f(x)$ רציפה ב- x_0 .

ו- $g(x)$ אינה רציפה ב- x_0 . הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם $f \cdot g$ רציפה ב- x_0 , אז $f(x_0) = 0$

ב. אם $f(x_0) = 0$, אז $f \cdot g$ רציפה ב- x_0 .

ג. אם $f(x_0) = 0$ ו- g חסומה בסביבה של x_0 , אז $f \cdot g$ רציפה ב- x_0 .

5. הוכיחו:א. $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ רציפה במ"ש ב- $(0,1]$ ב. $f(x) = e^x$ לא רציפה במ"ש ב- $(0, \infty)$ ג. $f(x) = \cos(x^2)$ לא רציפה במ"ש ב- $[1, \infty)$ **בהצלחה!!!**