

תרגיל בית 5
מבני נתונים ואלגוריתמים 88-280
סמסטר א' תשע"ט

שאלה 1

נתון גרף לא מכוון $G = (V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות, וצומת $s \in V$. לכל קשת $e \in E$ יש משקל שלם $w(e)$ (חיובי או שלילי). תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב, לכל צומת $v \in V$, את המשקל המינימלי של מסלול מ- s ל- v בעל מספר זוגי של קשתות. (הניחו שב- G אין מעגלים שליליים).

שאלה 2

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ בו הקשתות צבועות ב-3 צבעים: אדום כחול וירוק.

1. כתבו אלגוריתם המקבל שני קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים כך שכל קשתות סמוכות במסלול הן בצבעים שונים.
2. כתבו אלגוריתם המקבל שני קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים העובר דרך קשתות מכל הצבעים.

על האלגוריתמים לרוץ ב- $O(|V| + |E|)$ פעולות. הוכיחו את נכונות האלגוריתמים.

תרגיל 3. נתון גרף $G = (V, E)$ ופונקציית משקל $w: E \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$. הציעו אלגוריתם המוצא את המסלול הקצר ביותר בין שני קודקודים בעזרת אלגוריתם BFS. רמז: יש ליצור גרף חדש.

תרגיל 4. נתון גרף חסר מעגלים $G=(V,E)$ ופונקציית משקל w . משקל כל הקשתות אי-שלילי, מלבד הקשתות היוצאות מנוקדת המקור s , שם יכולות להיות קשתות עם משקל שלילי. הוכח או הפרך: אלגוריתם דייקסטרה מחשב נכון את המרחק מ s לכל קודקוד t בגרף.

תרגיל 5. נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w: E \rightarrow \mathbb{R}$. כמו כן, בגרף אין מעגלים שליליים. יהיה קודקוד $s \in V$ כך שלכל קודקוד $v \in V$ קיים מסלול קצר ביותר המשתמש לכל היותר ב m קשתות. תארו אלגוריתם שרץ בזמן $O(m|E|)$ ומוצא את מסלולים קצרים ביותר מ s לכל $v \in V$.