

מבנים דיסקרטיים – תרגיל בית 6

להגשה בתאריך 4.6.2013

1. הראו כי בתחום אין אידמפוטנטים (ראו תרגול 10) פרט ל 0 ו 1.
2. הראו כי אם $1 - ab$ הפיך בחוג אזי גם $1 - ba$ הפיך.
3. יהי R חוג עם יחידה. נגדיר בעזרתו חוג חדש \tilde{R} המכיל את אותם איברים, אך עם פעולות שונות:
 $a \oplus b = a + b + 1, a \otimes b = ab + a + b$. הראו כי \tilde{R} חוג עם יחידה ביחס לפעולות \oplus, \otimes .
4. תהי C קבוצת הפונקציות הממשיות הרציפות, נגדיר חיבור וכפל ב C באופן הבא:
 $(f \oplus g)(x) = f(x) + g(x), (f \otimes g)(x) = f(g(x))$. האם C חוג?
5. יהי R חוג ללא יחידה. נגדיר $\hat{R} = R \times \mathbb{Z}$. נגדיר כפל ב \hat{R} ע"י
 $(x, n) \otimes (y, m) = (xy + mx + ny, mn)$ וחיבור $(x, n) \oplus (y, m) = (x + y, n + m)$.
- הראו ש \hat{R} הוא חוג עם יחידה [שימו לב, $nx = x + \dots + x$ (חיבור של x עם עצמו n פעמים) עבור n טבעי, ואילו $(-n)x = n(-x)$].
6. הראו שבחוג R עם יחידה בו $x^2 = x$ לכל $x \in R$ מתקיים $2x = 0$ לכל $x \in R$.