

תרגיל בית 7 - תורת גלואה סמסטר א', תשע"ז

שאלה 1. כמה פולינומים אי-פריקים מדרגה 8 יש מעל \mathbb{Z}_2 ?

שאלה 2. נתון הפולינום $f(x) = x^5 - 5$ מעל \mathbb{Z}_{11} .
אם $a \notin \mathbb{Z}_{11}$ הוא שורש של הפולינום $f(x)$, מהם שאר השורשים?
האם $f(x)$ פריק או אי-פריק מעל \mathbb{Z}_1 ? נמקו.

שאלה 3. נתונים פולינומים אי-פריקים $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}_2[x]$
כך ש $deg(f) = 6$ ו $deg(g) = 4$.
מהו שדה הפיצול של fg מעל \mathbb{Z}_2 ?

שאלה 4. 1. בנו במפורש את השדה F_{32} .

2. כמה גורמים אי-פריקים יש לפולינום $x^{64} - x$ מעל F_2 ?
(אין צורך למצוא את הגורמים)

3. כמה גורמים אי-פריקים יש לפולינום $x^{64} - x$ מעל F_4 ?
(אין צורך למצוא את הגורמים)

שאלה 5. הוכיחו כי לכל פולינום $f(x) \in \mathbb{Z}_p[x]$ מתקיים

$$f(x)^{p^m} = f(x^{p^m})$$

עבור $m \geq 1$.