

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 20 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x \ln(1+2x)) \cdot \cos(x+1)}{\sin(x)}$     ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x) \ln(x)$     ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n}{2^{n^2}}$

2.

א. חשבו את  $\int \arctan(\sqrt{x}) dx$ .

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס  $\int_2^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$ , ואם כן חשבו אותו.

3.

א. הוכיחו כי לפונקציה  $f(x) = e^{-x} + e^x$  יש מינימום גלובאלי, ומצאו אותו.

ב. הוכיחו כי לכל  $a \in \mathbb{R}$  למשוואה  $e^x - e^{-x} = a$  קיים פתרון יחיד.

4.

א. תהיינה שתי פונקציות  $f, g$  הגזירות בקטע  $A$ , כך ש  $\forall x \in A: f'(x) = g'(x)$ .

כמו כן, נתון כי קיימת נק'  $a \in A$  עבורה  $f(a) = g(a)$ .

הוכיחו כי  $\forall x \in A: f(x) = g(x)$ .

ב. הוכיחו כי לכל  $x > 0$  מתקיים  $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ .

תזכורת:  $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ .

5. תהי סדרה חיובית  $a_n$  ויהי קבוע  $d \in \mathbb{R}$   $2 < d$  כך שלכל  $n$  מתקיים  $d \leq \frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}}$ .

כמו כן, נתון כי  $a_1 < a_2$ .

א. הוכיחו כי  $a_n$  מונוטונית עולה.

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

6.

א. חשבו את גבול הסדרה  $a_n = \sqrt[n]{\frac{e}{n^n}} + \sqrt[n]{\frac{e^2}{n^n}} + \dots + \sqrt[n]{\frac{e^n}{n^n}}$ .

ב. חשבו את  $\sqrt{2}$  עד רמת דיוק של  $h = 0.05$ .