

תרגיל 8

חזוא

1. חשבו את הגבול של הסדרות הבאות:

(א)

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2} k e^{\frac{k^2}{n^2}}$$

(ב)

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n^2 + k^2}$$

(ג)

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\frac{k^2}{n} + 3k + 2n}$$

(ד)

$$a_n = \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} + \dots + \sqrt{n+n}}{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}}$$

2. חשבו את אורך העקומה של הפונקציה $f(x) = 1 + x\sqrt{x}$ בקטע $[0, 2]$.

3. חשבו את נפח גוף הסיבוב סביב ציר x של הפונקציה $f(x) = 1 + x\sqrt{x}$ בקטע $[0, 2]$.

לינארית

1. הוכיחו/הפריכו:

(א) מטריצה ריבועית שהאלכסון שלה הוא 1-ים בלבד היא בהכרח הפיכה.

(ב) מטריצה ריבועית שיש לה עמודת אפסים בהכרח אינה הפיכה.

2. עבור המטריצות

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

הוכיחו/הפריכו:

(א) קיימת מטריצה X בגודל 3×3 כך ש

$$AX = B$$

אם כן, מצאו אחת כזאת.

(ב) קיימת מטריצה X בגודל 3×3 כך ש

$$BX = A$$

אם כן, מצאו אחת כזאת.

3. עבור אילו ערכי a מתקיים שהמטריצה

$$M = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -3 \\ -3 & a^2 & -3 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$$

הפיכה.