

08/03/15

83-110 אלגברה לינארית להנדסה – מועד ב'

מרצה: ארז שיינר

מתרגלים: אחיה בר-און וביאנה פרידמן

- משך המבחן **3 שעות**.
- כל חומר עזר אסור פרט למחשבון.
- יש לפתור את כל השאלות **על גבי דפי הבחינה**.
- המחברת הינה לטייטה בלבד ולא תיבדק.
- כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

חלק א'

1. (20 נק') יהי V מרחב מכפלה פנימית מעל \mathbb{R} , עם הנורמה המושרית. הוכיחו כי לכל שני וקטורים u, w

$$| \langle u, w \rangle | \leq \|u\| \cdot \|w\|$$

(זהו כמובן אי שוויון קושי-שוורץ.)

חלק ב'

2. תהי העתקה לינארית $T(x, y, z) = (x + kz, y - 9z, 2x + (k - 2)y - 3z, kx + y)$

- א. (15 נק') מצאו לאילו ערכי k מתקיים $(1, k, 5, k + 3) \in \text{Im}T$
- ב. (3 נק') מצאו לכל ערך של k מהו המימד של $\text{Im}T$ ו $\text{ker}T$.
- ג. (1 נק') עבור אילו ערכי k (אם בכלל) ההעתקה T הינה על?
- ד. (1 נק') עבור אילו ערכי k (אם בכלל) ההעתקה T הינה חח"ע?
- ה. (10 נק') עבור $k = 3$ מצאו בסיס אורתונורמלי ל $\text{Im}T$.

דף נוסף לשאלה _____

3. תהי מטריצה $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, כך שהמטריצה הנלווית שלה הינה $adj(A) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

א. (10 נק') מצאו את $|A|$.

ב. (10 נק') מצאו את A .

חלק ג'

.4

- א. (10 נק') תהי A , מטריצה ריבועית עם ע"ע λ . הוכיחו/הפריכו: λ^2 ע"ע של A^2 .
- ב. (10 נק') תהיינה מטריצות לכסינות $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$. הוכיחו/הפריכו: המטריצה AB לכסינה.

.5

- א. (10 נק') תהי מטריצה לכסינה $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, כך ש $A^n = 0$. הוכיחו כי $A = 0$.
- ב. (10 נק') תהי $S = \{A \in \mathbb{R}^{n \times n} : |A| \neq 0\}$ הוכיחו/הפריכו: S הינה תת מרחב של $\mathbb{R}^{n \times n}$.

דף נוסף לשאלה _____