

1. נסתכל על קבוצת ההעתקות הפרוייקטיביות מהישר הפרוייקטיבי RP^1 לעצמו אשר שומרות על

הקבוצה $\{0,1,\infty\}$ ("ז"א: לכל $x \in \{0,1,\infty\}$ מתקיים $f(x) \in \{0,1,\infty\}$).

א. לאיזו חבורה איזומורפית קבוצת ההעתקות הנ"ל? הוכיחו איזומורפיזם.

ב. כמה העתקות פרוייקטיביות כאלו ישנן? מצא את כולן (כלומר רישמו את צורתן המפורשת:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

ג. כיתבו את המטריצות המתאימות להעתקות אלו ב $PSL_2(R)$.

2. יהי F שדה סופי עם q (ראשוני) איברים.

א. מיצאו את הסדר של $GL_n(F)$. (רמז: כמה אפשרויות לעמודה ראשונה מבלי לפגוע

בהפיכות, אח"כ כמה אפשרויות לעמודה השניה מבלי לפגוע בהפיכות וכן הלאה...)

ב. מיצאו את הסדר של $PGL_n(F) := GL_n(F)/Z(GL_n(F))$.

ג. הוכיחו כי קיים הומומורפיזם $PGL_2(F) \rightarrow Sym_{q+1}$ כאשר Sym_{q+1} היא החבורה

הסימטרית (חבורת התמורות) על $q+1$ איברים. הראו כי הומומ' זה איננו על עבור

$q > 5$.

ד. הוכיחו שהומומ' זה הוא חח"ע.

3. יהי F שדה עם 3 איברים. הכיחו כי:

א. $PGL_2(F) \cong Sym_4$

ב. [ת"ח התמורות הזוגיות ב- $Sym_4 = A_4$] $PSL_2(F) \cong A_4$. (רמז:

$GL_n(F)/SL_n(F) \cong F^*$).