מבוא לאלגברה לינארית -תרגיל 11 - ממפ

תרגיל 1. הוכיחו ש-$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \right\rangle = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i y_i$ עבור $\alpha_i > 0$ היא מכפלה פנימית מעל $V = \mathbb{R}^n$. שימו לב שאם לוקחים $\alpha_i = 1$ אז מקבלים את המכפלה הפנימית הסטנדרטית

תרגיל 2. הוכיחו שמתקיים $\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
שוויון זה נקרא כלל המקבילית כי מבחינה גאומטרית הוא הקובע שבמקבילית סכום ריבועי ארבע צלעות שווה לסכום ריבועי האלכסונים.

תרגיל 3. עבור S הנתונה מצא את $S^\perp$

1. $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

2. $S = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

3. $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

תרגיל 4. יהיו $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ו-$v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

1. הוכיחו שאוסף כל הווקטורים ב-$\mathbb{R}^4$ האורתוגונלים לשני הווקטורים האלו הוא תתי מרחב של $\mathbb{R}^4$.

2. מצאו בסיס לתת מרחב הזה.

תרגיל 5. (מאתגר מאוד) יהיה V ממ"פ, ו-$S = \{v_1, \dots, v_n\}$ בסיס לת"מ W הוכיחו ש-$W^\perp = S^\perp$.

בהצלחה!!