

האינטגרל הלא אמיתי. גזירה ואינטגרציה של טורי חזקות

1. עבור האינטגרלים הלא אמיתיים הבאים, קבעו האם הם מתכנסים או מתבדרים:

$$\text{א. } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$$

$$\text{ב. } \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+5x^4}} dx$$

2. קבע האם האינטגרל הבא מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי או מתבדר: $\int_2^{\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x-1}} dx$

3. עבור אילו ערכי $a \in \mathbb{R}$ מתכנס האינטגרל הבא:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^a dx$$

4. א. הוכח כי עבור $x \in (-1,1)$ $\frac{x}{(1-x)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot x^n$

ב. היכן מתכנס $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (\sin x)^n$ ומהו הסכום?

5. חשב את $\log 3$ לפי הפיתוח של $\log \frac{1+x}{1-x}$.

הערך את השגיאה בלקיחת ארבעה איברים ראשונים השונים מ-0.

6. חשב את $\int_0^{\frac{1}{2}} x^{10} \cdot \arctan x dx$ לפי טור החזקות המתאים והערך את השגיאה לפי חישוב הסכום של ארבעת האיברים הראשונים.

7. חשב את $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

בהצלחה