

מבחן לדוגמא – בדידה 1 להנדסה

יש לענות על כל 5 השאלות הבאות.
יש לנמק באופן מלא.
משך המבחן: שלוש שעות.
חומר עזר: אין. גם לא מחשבון.

1. נתאר פרדיקטים:

$M(x)$ = x הוא בעל משמעות

$G(x)$ = x הוא טוב

$T(x)$ = x גורם לטרחה

$E(x)$ = x צריך להסביר את

- א. הצרינו את הפסוק הבא: כל דבר שאין לו משמעות, הוא טוב וגם לא גורם לטרחה אם לא נצטרך להסביר אותו.
- ב. כתבו את השלילה של הפסוק מהסעיף הקודם (באופן פורמלי וגם בעברית). כתבו פסוק שקול לפסוק שקיבלתם, שלא מופיע בו הקשר "או".
- ג. הוכיחו או הפריכו את השקילויות הבאות עבור אטומים P, Q :

$$(P \vee Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q) \equiv Q$$

$$(P \vee Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q) \equiv P$$

2. תהינה A, B, C קבוצות.

- א. הוכיחו כי אם $A \cap B = A \cap C$ וגם $A \cup B = A \cup C$, אז $B = C$.
- ב. הוכיחו כי $A \setminus (B \setminus C) \subseteq (A \setminus B) \cup C$. תנו דוגמא לקבוצות עבורן אין שיוויון.
- ג. הוכיחו או הפריכו: $P(A) \subseteq P(B) \iff A \subseteq B$.

3. א. יהיו R, S יחסי שקילות על קבוצה A . הוכיחו כי $R \cap S$ הוא יחס שקילות על A .

ב. יהיו R_1, R_2, R_3, \dots יחסי סדר על קבוצה A . הוכיחו כי $\bigcap_{i=1}^{\infty} R_i$ הוא יחס סדר על A .

ג. תהי $A = \{1, 2, \dots, 6\}$. נגדיר יחס על $A \times A$: $(a_1, a_2) \sim (b_1, b_2)$ אם $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$. הוכיחו כי זהו יחס שקילות. רשמו את החלוקה של $A \times A$ המושרה מיחס זה.

4. תהי פונקציה $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2$ המוגדרת ע"י $f(a) = (a, a)$.

- א. הוכיחו כי הפונקציה מוגדרת היטב.
- ב. האם הפונקציה היא על? חח"ע? הפיכה? נמקו.
- ג. חשבו את $f^{-1}(\mathbb{Z}_3 \times \{0\}) \cap f^{-1}(\{0\} \times \mathbb{Z}_2)$.

5. תהינה קבוצות A, B קבוצות לא ריקות, ונתונה פונקציה $f: A \cup B \rightarrow A$ חח"ע. הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמא נגדית:

א. בהכרח אינסופית.

ב. בהכרח אינסופית.

$$B \subseteq A \quad .\lambda$$

$$.|B| \leq |A| \quad .\tau$$